

УДК 66.047.76:[536.24+533.15]

*Корнюхин И.П., Жмакин Л.И., Козырев И.В., Коротин А.О.*

Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина (МГТУ),  
Малая Калужская 1, Москва 119991, Россия, IP\_Korn@ramler.ru

## МЕТОД РАСЧЕТА ПРОЦЕССА СУШКИ ТОНКОГО МАТЕРИАЛА ПЕРЕГРЕТЫМ ВОДЯНЫМ ПАРОМ

### **АННОТАЦИЯ**

В перегретом водяном паре в отличие от влажного воздуха нет потенциала, определяющего перенос массы. Проблема решается использованием методов статистической механики необратимых процессов с решением кинетического уравнения Больцмана, в котором водяной пар рассматривается как трехатомный газ. Результаты решения позволяют найти экстраполированное из эйлеровой области значение температуры и привлечь к описанию феноменологические методы тепломассообмена. Совместно с уравнением, определяющим поток массы как функции безразмерных давления и теплового потока, дифференциальным уравнением энергии и уравнением, определяющим равновесное давление паров на поверхности в функции от температуры и влагосодержания материала образуется замкнутая система дифференциальных уравнений. Ее решение при температурах перегретого пара до 250С удовлетворительно согласуется с результатами опытов.

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

В монографии [1] обсуждаются достоинства и преимущества связанные с использованием перегретого пара в качестве теплоносителя в процессах сушки. Однако надежные методы расчета таких процессов для тонких материалов в настоящее время практически отсутствуют. Исключение составляет лишь область постоянной скорости сушки. В этой области, благодаря постоянству температуры влажного материала расход испаряемой влаги легко рассчитывается по уравнению теплового баланса [2].

При сушке влажным воздухом потенциал переноса влаги между поверхностью тела и окружающей средой определяется при помощи показателя, связываемого с концентрацией пара в воздухе [3 – 4]. Попытки подобным же образом феноменологически описать процесс сушки перегретым паром не могут быть реализованы, так как при чисто феноменологическом подходе не удастся построить потенциал переноса массы в паровой фазе.

Для расчета тепломассообмена предполагается привлечь кинетическую теорию газов (неравновесную статистическую механику) [5 – 7]. Решение проблемы должно основываться на молекулярно-кинетическом подходе к учету неравновесных эффектов (скачка температуры) у межфазной поверхности.

## 2. ТЕПЛОМАССОБМЕН МЕЖДУ ВОДОЙ И ПЕРЕГРЕТЫМ ПАРОМ

Пар рассматривается как плотная среда с числом Кнудсена  $Kn \ll 1$ , закономерности

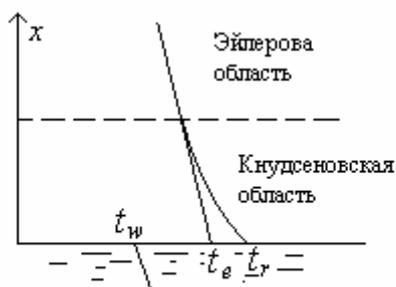


Рис. 1. Поля температур в жидкости и паре у межфазной поверхности.

явлений переноса в которой описываются эйлеровыми уравнениями, скачек температуры наблюдается у межфазной поверхности, в кнудсеновском слое, толщиной порядка нескольких длин свободного пробега молекул. На схеме рис. 1 условно показана граница между эйлеровой областью и кнудсеновским слоем у

межфазной поверхности пар-жидкость, температура  $t_w$  поверхности жидкости не совпадает с температурой  $t_r$  пара. Решение уравнений переноса в эйлеровской области требует задания граничных условий на поверхности, при  $x = 0$ . Корректное решение таких уравнений возможно, если на границе задается экстраполированное из эйлеровской области значение [6, 8, 9] и, в частности, температура  $t_e$ .

В работах [8 – 12] и большинстве известных работ рассматриваются процессы характерные для одноатомных молекул, которые обладают лишь поступательными степенями свободы. Молекулы водяного пара, рассматриваемого как трехатомный газ в классическом приближении обладают 6 степенями свободы (три поступательными и тремя вращательными), что обеспечивает величину массовой изохорной теплоемкости равную  $3R$ . Эта же теплоемкость для водяных паров не более, чем на 10% превышает эту величину. Для изобарной теплоемкости различие меньше. Кроме того, квант энергии вращательного движения настолько мал [7], что спектр энергий вращательного движения можно считать непрерывным. Это дает возможность приближенно рассматривать водяной пар в классическом приближении как многоатомный газ, полагая замороженными колебательные степени свободы.

Поставленная задача расчета процессов испарения (конденсации) в кнудсеновском слое обычно сводится к решению кинетического уравнения Больцмана либо модельного уравнения Крука [6, 9]. Интеграл столкновений в уравнении Больцмана в данной работе вычисляется для так называемых максвелловских молекул, потенциал взаимодействия которых обратно пропорционален пятой степени расстояния между молекулами [5, 6, 9]. Для

решения уравнения Больцмана используется дифференциально-моментный метод [6, 9]. Учитывая общий приближенный характер решения, ограничимся использованием 6-и моментного приближения. Для рассматриваемых в работе слабых, медленных процессов испарения (конденсации) скорость направленного движения молекул по нормали к поверхности существенно меньше скорости звука. Процессы сушки перегретым паром в практически важном диапазоне параметров относятся к слабым.

Функция плотности максвелловского распределения молекул при равновесном состоянии газа с трехатомными молекулами имеет вид [7]

$$f^* = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \left( \frac{I}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{mv^2 + I\omega^2}{2kT} \right) \quad (1)$$

В неравновесных условиях, характеризующихся движением пара со скоростью  $u$  по нормали к межфазной поверхности, в положительном направлении оси  $x$ , а также с учетом неоднородности полей температур и концентраций, распределение можно представить в виде двухпоточного разрывного при  $v_x = 0$  максвеллиана

$$f_{\pm} = n_{\pm} \left( \frac{m}{2\pi kT_{\pm}} \right)^{3/2} \left( \frac{I}{2\pi kT_{\pm}} \right)^{3/2} \cdot \exp \left( -\frac{m((v_x - u_{\pm})^2 + v_y^2 + v_z^2) + I\omega^2}{2kT_{\pm}} \right) \quad (2)$$

Область фазового пространства  $v_x > 0$  характеризуется распределением  $f_+$  с переменными  $n_+$ ,  $T_+$ ,  $u_+$ , а область фазового пространства с  $v_x < 0$  – указанными величинами с индексом «минус». При  $v_x = 0$  эти функции претерпевают разрыв.

Для слабых процессов фазового перехода 6 рассматриваемых функций можно представить как и для одноатомного газа [9] в виде

$$n_{\pm} = n_w (1 + \nu_{\pm}); \quad T_{\pm} = T_w (1 + \theta_{\pm}); \quad u_{\pm} = \eta_{\pm} u \quad (3)$$

Введем безразмерные скорости

$$V_i = v_i/c_w, \quad i \equiv x, y, z; \quad \Omega = (I/m)^{1/2} \omega/c_w; \quad U = u/c_w; \quad U_{\pm} = \eta_{\pm} U \quad (4)$$

Для слабых процессов испарения (конденсации) предполагается выполнение условий

$$\nu_{\pm}(x) \ll 1; \quad \theta_{\pm}(x) \ll 1; \quad U \ll 1; \quad \eta_{\pm} = O(1); \quad U_{\pm} \ll 1 \quad (5)$$

Для нахождения 6 неизвестных функций в рассматриваемых неравновесных процессах, связанных с испарением или конденсацией в работе используется основанное на кинетическом уравнении Больцмана [6, 9] уравнение переноса, которое для рассматриваемой одномерной задачи в стационарных условиях записывается как

$$\frac{d}{dx} \int \varphi_k(v) v_x f d\Gamma = I_c(\varphi_k) \quad (6)$$

Практически наиболее важны моменты функции распределения при следующих значениях функции  $\varphi(v)$

$$\varphi(v) = m; \quad mv_x; \quad (mc^2 + I\omega^2)/2 \quad (7)$$

Моменты от этих функций представляют собой инварианты процессов столкновений, описываемых законами сохранения массы, импульса и энергии. Для них интеграл столкновений в правой части уравнения (6) обращается в ноль.

При помощи функции распределения рассчитываются плотность и плотность потока массы

$$\rho = m \int f_{\pm} d\Gamma; \quad \rho u = m \int v_x f_{\pm} d\Gamma. \quad (8)$$

Энергия единицы объема газа и температура определяются как

$$E = \frac{1}{2\rho} \int (mc^2 + I\omega^2) f_{\pm} d\Gamma; \quad T = mE/3k \quad (9)$$

Определения плотности потока импульса в направлении оси  $x$ , плотности потока теплоты, а также полного потока энергии в направлении той же оси соответственно имеют вид

$$p = m \int c_x^2 f_{\pm} d\Gamma \quad (10)$$

$$q = \frac{1}{2} \int c_x (mc^2 + I\omega^2) f_{\pm} d\Gamma \quad (11)$$

$$K = \frac{1}{2} \int v_x (mc^2 + I\omega^2) f_{\pm} d\Gamma \quad (12)$$

Введем безразмерную координату, выбрав в качестве масштаба величину  $L$  близкую по величине к длине свободного пробега

$$\xi = x/L; \quad L = \mu/mn_w c_w \quad (13)$$

а также безразмерные функции

$$Q = q/(4n_w c_w k T_w); \quad P = (p - p_w)/p_w \quad (14)$$

так что

$$K = q + 4n_w k T_w u = 4c_w n_w k T_w (Q + U) \quad (15)$$

Для замыкания системы, содержащей 6 неизвестных функций (3) помимо уравнений (6) для трех инвариантов столкновений остальные 3 уравнения были найдены с помощью уравнения моментов для функций  $\varphi_k$  равных  $v_x v^2$ ,  $v_x^2$ ,  $v_x^3$ , причем использованы значения интеграла столкновений для максвелловских молекул, рекомендованные в [5, 11].

Для определения констант интегрирования воспользуемся сформулированными в [9, 12] граничными условиями с учетом ограниченности полученных функций при  $\xi \rightarrow \infty$ . Они предполагают полную термическую аккомодацию отраженных молекул (температура по-

тока отраженных молекул совпадает с температурой жидкости) и выполнение законов сохранения потоков вещества, импульса и энергии при  $x = 0$ , и имеют вид

$$v_+(0) = 2\sqrt{\pi} U \frac{1-\beta}{\beta}; \quad \theta_+(0) = 0; \quad \eta_+(0) = 0 \quad (16)$$

Решая полученную систему уравнений, вычисляя параметры и плотности потоков (8 – 15) и используя граничные условия (16), получим уравнение, связывающее безразмерные потоки теплоты, массы и импульса

$$U = -\frac{\beta(P+c_3 Q)}{c_5 - c_4\beta} \equiv -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\beta(P+c_3 Q)}{1-0,2857530441\beta}$$

$$c_3 = 0,840226635; c_4 = 1,012968167; \quad (17)$$

$$c_5 = 3,544907702$$

Все это позволило найти поля температур, концентраций и давлений. В частности, экстраполированное значение температуры (рис. 1) определяется формулой

$$T_e = T_w\{1 - c_6Q - c_7U\};$$

$$c_6 = 1,850851620; \quad c_7 = 0,8941774110; \quad (18)$$

### 3. АНАЛИЗ ПРОЦЕССА СУШКИ

В начале предыдущего раздела отмечалось, что решение, полученное в эйлеровской (навье-стоксовой) области остается действительным, если в качестве граничного условия используется экстраполированное значение температуры  $t_e$  (рис. 1). Это позволит записать закон теплоотдачи в форме

$$q = \alpha (t_e - t_\infty); \quad Q = A(t_e - t_\infty)/T_w; \quad A = \frac{\alpha}{\rho_w c_w c_p} \quad (19)$$

причем величина  $4R$  здесь и далее заменена на  $c_p$ .

Когда, в среду перегретого пара поступает холодная ткань, вначале на ней конденсируется пар, затем конденсация сменяется испарением. Эту точку назовем точкой инверсии, в ней  $u = 0$  и  $U = 0$ . Решая совместно уравнения (17 – 19) и учитывая определение  $P$  по (14), получим нелинейное уравнение относительно температуры поверхности в этой точке

$$\frac{p - p_w}{p_w} + \frac{c_3 A}{1 + c_6 A} \frac{t_w - t_\infty}{T_w} = 0 \quad (20)$$

Представляя разность давлений по формуле Клапейрона-Клаузиуса, учитывая, что  $A \ll 1$  и  $T_w \approx T_s$ , найдем

$$t_s - t_w = (c_3 A_w R T_s / r)(t_\infty - t_s) \quad (21)$$

Уравнение (21) показывает, что температура в точке инверсии ниже температуры насыщения при заданном давлении в системе. Численное решение нелинейного уравнения (20) с учетом зависимости давления насыщенного пара от температуры и приближенный расчет по формуле (21) дает практически одинаковый результат: при давлении пара равном 1 бар и температурах пара до 400С различие указанных температур не превышает 0,01С.

Для описания изменения температуры влажного материала получено дифференциальное уравнение, основанное на балансе энергии.

$$(M_d c_d + M_l c_l) \frac{dt}{d\tau} = 2(q + r \rho u) F \quad (22)$$

Дифференциальное уравнение массообмена имеет вид

$$\frac{dM_l}{d\tau} = 2\rho u F \quad (23)$$

Индекс “*w*” при температуре поверхности здесь и далее опущен. В уравнениях (22, 23) плотность потока теплоты *q* и скорость пара *u* выражаются через их безразмерные аналоги *Q* и *U* при помощи формул (14) и (4). Величину *Q* можно найти, решая систему уравнений (17 – 19)

$$Q = \frac{A \left( \frac{c_7 \beta P}{c_5 - c_4 \beta} + \frac{t - t_\infty}{T} \right)}{1 + A c_6 - \frac{c_3 c_7 \beta A}{c_5 - c_4 \beta}} \quad (24)$$

Безразмерная плотность потока массы *U* описывается уравнением (17), в котором величина *Q* определена формулой (24). потока массы во

В результате ряда простых преобразований уравнения (22) и (23) преобразуются к виду

$$\frac{dt}{dX} = \frac{\rho_w c_w c_p T}{\tilde{\alpha} \left( 1 + W \frac{c_l}{c_d} \right)} \left( Q + r \frac{U}{c_p T} \right) \quad (25)$$

$$\frac{dW}{dX} = U \frac{\rho_w c_w c_d}{\tilde{\alpha}} \quad (26)$$

$$\text{где } X = \frac{2\tilde{\alpha}\tau}{m_d c_d} = \frac{2\tilde{\alpha}x}{m_d c_d^w}; \quad W = M_l/M_d; \quad (27)$$

$$m_d = M_d/F; \quad \tilde{\alpha} = \alpha/\varepsilon \quad (28)$$

В этих уравнениях величины *Q* и *U* определены формулами (24) и (17). Представленная система уравнений (25, 26, 24, 17), содержащая 5 неизвестных функций *W*, *t*, *U*, *P*, *Q* за-

мыкается при помощи приведенного в [3, 13] уравнения фазового равновесия (уравнения изотермы десорбции), связывающего влагосодержание, температуру материала и равновесное давление паров. В расчетах учитывалась температурная зависимость физпараметров.

Аналог температуры мокрого термометра в процессах сушки перегретым паром, определяемый равенством подведенной теплоты ее затратам на испарение влаги, был найден путем численного решения нелинейного уравнения, получающегося из (25) при  $dt/dX \equiv 0$ . Ее величина растет с увеличением температуры перегретого пара, но лишь незначительно превышает температуру насыщения. При температуре 350С и коэффициенте конденсации  $\beta = 1$  указанное различие не превышает 0,001С, а при  $\beta = 0,2$  – величины 0,015С.

Представленная выше система уравнений, описывающая изменение параметров влажного материала при сушке перегретым паром, решалась численно с учетом температурной зависимости физпараметров и зависимости удельной теплоты фазового перехода от температуры и влагосодержания материала.

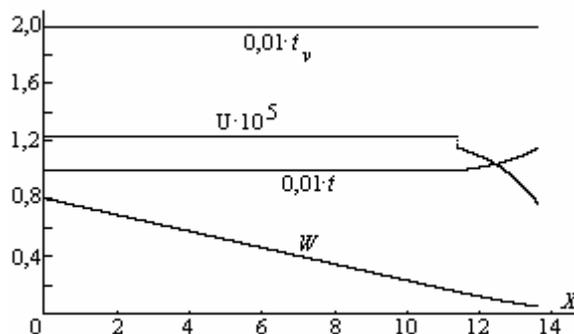


Рис. 2. Изменение параметров в процессе сушки тонкого материала при температуре перегретого пара 200С.

Математическое интегрирование уравнений системы представляет собой задачу Коши, при решении которой задаются начальные значения температуры и влагосодержания материала. Результаты решения представлены на рис. 2.

Изменения параметров влажного материала качественно являются такими же, как и при сушке влажным воздухом постоянных параметров. На графике видны периоды постоянной и падающей скорости сушки, причем последний сопровождается повышением температуры материала.

Начальный период сушки при начальной температуре материала меньшей температуры точки инверсии протекает достаточно быстро за счет конденсации пара на материале и его вкладом в общую продолжительность процесса можно пренебречь. Но конденсация пара на материале увеличивает по сравнению с начальным величину влагосодержания, с которого начинается собственно процесс сушки, удаления влаги.

Оценки показали, что процесс прогрева можно рассматривать как слабый лишь при начальном недогреве материала до насыщения не превышающем 10С. Для расчета количества сконденсировавшейся влаги на начальной стадии процесса при больших значениях недогрева можно воспользоваться моделью [14] прогрева высокотеплопроводного материала за счет конденсации на нем пара. Были проведены расчеты количества сконденси-

рованной влаги  $\Delta W$  по методу данной работы и методу [14] при начальной температуре материала равной 93С. При этом получено, что различие величин  $\Delta W$  по этим методам не превышает 1,5%. Это дает возможность рекомендовать подход [14] для расчета количества сконденсированной влаги от низкой начальной температуры до температуры на несколько градусов ниже температуры точки инверсии. Это значение температуры и полученное с учетом  $\Delta W$  значение влагосодержания рассматриваются как начальные параметры в рекомендуемом методе расчета сушки.

Был проведен анализ изменения экстраполированной температуры  $t_e$  (рис. 1) по уравнению (18) с учетом (17, 19) и действительной температуры  $t_r$  пара на поверхности – по температурной зависимости для пара  $t_v(\xi)$  как  $t_r = t_v(0)$ . Было установлено, что на началь-

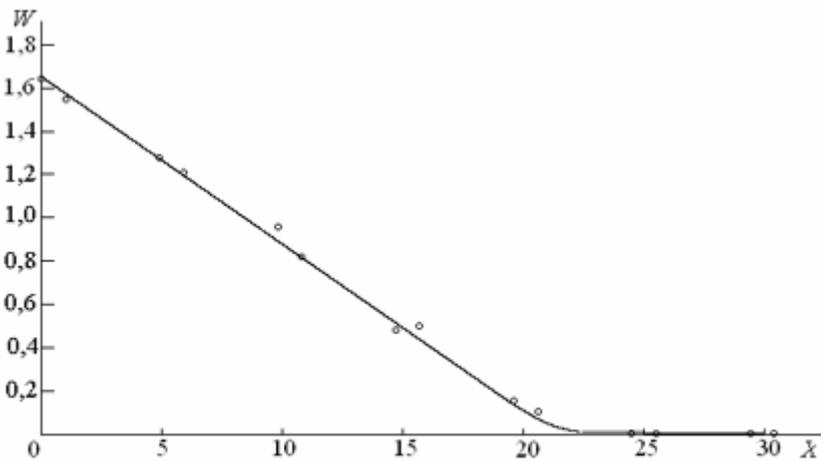


Рис. 3. Сопоставление расчетной кривой сушки с опытными данными при температуре перегретого пара 250С

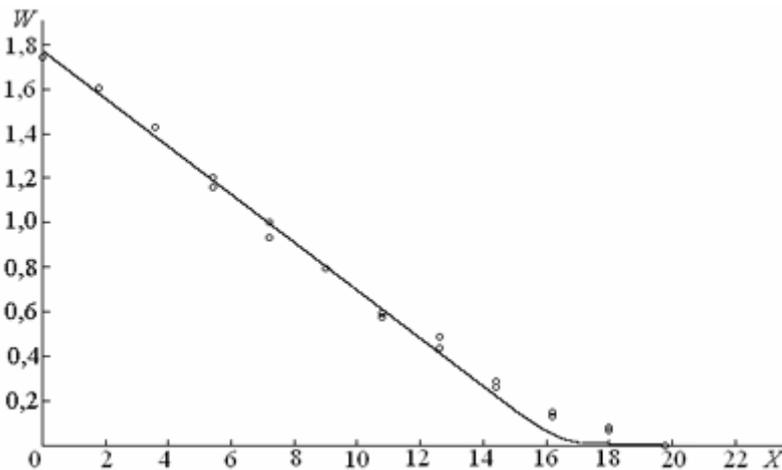


Рис. 4. Сопоставление расчетной кривой сушки с опытными данными при температуре перегретого пара 281С

ной стадии процесса величина  $t_r$  выше, а  $t_e$  ниже температуры материала, причем различие достигает нескольких градусов при температуре материала равной 93С и уменьшается по модулю по мере прогрева. Затем при переходе к периоду постоянной скорости сушки величина  $t_e$  становится большей, чем температура материала, но при этом  $t_r > t_e$ . Отличие этих температур от температуры материала не превышает нескольких сотых долей градуса.

Результаты экспериментальной проверки

на тонком текстильном материале предложенного метода представлены на графиках рис. 3 и 4 при двух значениях температуры перегретого пара 250С и 281С. При температурах 250С и ниже результаты расчета удовлетворительно согласуются с опытными данными. При более высоких температурах согласие между опытом и расчетом хуже, особенно в области низких влагосодержаний. Связано это с тем, что при малых влагосодержаниях

коэффициент теплопроводности материала уменьшается, что в сочетании с высокой интенсивностью процесса сушки приводит к росту числа Био, и принятые ранее ограничения на величину этого числа, по-видимому, уже не выполняются. В целом можно констатировать тот факт, что при выполнении принятых ограничений предложенный метод расчет обеспечивает удовлетворительное согласование с опытом.

Авторы благодарны Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

Безразмерные величины:  $A$  – ур. (19);  $Kn$  – число Кнудсена;  $P$  – давление (14);  $Q$  – плотность потока теплоты (14);  $U$  – скорость (4);  $V$  – скорость (4);  $W$  – Влажосодержание ткани;  $X$  – время, координата для ткани;  $\Omega$  – угловая скорость (4);  $\eta$ ,  $\theta$ ,  $\nu$  – параметры разложения (3);  $\xi$  – координата в паровой фазе (13).

Размерные величины:  $E$  – энергия;  $F$  – площадь поверхности;  $I$  – момент инерции молекулы;  $K$  – плотность потока полной энергии;  $L$  – расстояние порядка длины свободного пробега;  $M$  – масса;  $R$  – индивидуальная газовая постоянная;  $T$  – температура,  $K$ ;  $c$  – скорость молекулы относительно центра масс;  $c_p$  – удельная изобарная теплоемкость;  $f$  – функция распределения молекулы по скоростям;  $k$  – постоянная Больцмана;  $m$  – масса молекулы;  $m_d$  – масса  $1\text{ м}^2$  ткани;  $n$  – концентрация молекул;  $p$  – давление;  $q$  – плотность потока теплоты;  $r$  – удельная теплота фазового перехода, включающая энергию связи;  $t$  – температура,  $С$ ;  $u$  – скорость направленного движения пара;  $v$  – полная скорость молекул;  $w$  – скорость ткани;  $x$  – координата;  $\Gamma$  – фазовое пространство;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $\beta$  – коэффициент конденсации;  $\varepsilon$  – поправка на конечную скорость массообмена;  $\varphi_k$  – функция для вычисления моментов;  $\rho$  – плотность пара;  $\mu$  – динамическая вязкость;  $\omega$  – угловая скорость молекул.

Индексы:  $d$  – сухой;  $e$  – экстраполированный;  $l$  – жидкость;  $r$  – реальный;  $s$  – состояние насыщения;  $v$  – пар;  $w$  – поверхность жидкости, влажного материала;  $\sim$  бесконечно малая интенсивность массообмена.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов Ю.А. Сушка перегретым паром. М.: Энергия, 1967.
2. Meunier J., Munz R.J. // Drying'86 (Proceeding 5-th International Symposium), Washington: Hemisphere, 1986.

3. **Корнюхин И.П., Жмакин Л.И.** Тепломассообмен в пористых телах. М: Информэлек-тро, 2000.
4. **Корнюхин И.П., Жмакин Л.И.** Сушка и увлажнение тонкого материала во влажном воздухе. // Труды конференции современные энергосберегающие тепловые технологии (СЭТТ-2005), М.: МЭИ, 2005.
5. **Больцман Л.** Лекции по теории газов. М.: ГИТТЛ, 1953.
6. **Коган М.Н.** Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
7. **Жданов В.М., Алиевский М.Я.** Процессы переноса и релаксации в молекулярных га-зах. М.: Наука, 1989.
8. **Лабунцов Д.А.** // Тепло- и массоперенос при интенсивном конвективном и лучистом нагреве. Минск, ИТМО им. Лыкова, 1977.
9. **Муратова Т.М., Лабунцов Д.А.** Кинетический анализ процессов испарения и конденса-ции // Теплофизика высоких температур. 1969, т. 7, № 5.
10. **Лабунцов Д.А., Крюков А.П.** Процессы интенсивного испарения // Теплоэнергетика, 1977, № 4
11. **Лабунцов Д.А.** // Теплофизика высоких температур. 1967, т.5, № 4.
12. **Лабунцов Д.А., Муратова Т.М.** // Труды 4-ой Всесоюзной конференции по тепло- и массообмену, т.2, Минск, 1972.
13. **Корнюхин И.П., Жмакин Л.И., Козырева Л.И.** // Известия вузов. Технология тек-стильной промышленности, 2000, № 6.
14. **Van der Held E.F.M.** Drying with superheated steam. // De Ingenieur. 1953, J. 65, N 2.