

УДК 536.24

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ В КАНАЛАХ ПРИ ВСКИПАНИИ НЕДОГРЕТОЙ ВОДЫ

Б. Г. Покусаев, Д. А. Некрасов

*Московский государственный университет инженерной экологии*

*Приводятся результаты математического исследования процесса прогрева пристенной области недогретой жидкости при импульсном тепловыделении в стенке нагревателя. Проведен анализ влияния теплофизических свойств шаровой засыпки на распределения температур и времена прогрева пристенной области. Дана оценка влияния засыпки на толщину перегретого слоя. Исследован процесс образования и роста паровых пузырьков до момента их слияния в паровую полость с учетом реальной шероховатости поверхности и зависимости времени активации, соответствующих центров парообразования от температуры поверхности в условиях импульсного тепловыделения в стенке нагревателя. Используется микрослоевая модель с учетом образования сухого пятна под пузырьком. Решена также задача о формировании волны давления в кольцевом канале вследствие взрывного вскипания перегретого микрослоя под пузырьками. Полученные результаты позволили описать ряд экспериментальных данных и провести исследования нестационарных волновых процессов при вскипании недогретых жидкостей в присутствии зернистого слоя.*

### Ключевые слова

Недогретая жидкость, взрывное вскипание, зернистый слой

### Условные обозначения

$x, y, z$  – координаты по пространству в декартовой системе координат, м;  $r, \varphi, z$  – координаты по пространству в цилиндрической системе координат, соответственно: м, град., м;  $\tau$  – время, с;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $T$  – температура, К;  $c$  – удельная массовая теплоемкость, Дж/кг К;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/м К;  $\delta, h$  – толщина, м;  $\mathcal{Q}$  – относительный перегрев, К;  $B$  – газовая постоянная, Дж/кг К;  $R, r$  – радиус, м;  $S$  – площадь, м<sup>2</sup>;  $P$  – давление, Па;  $Q$  – тепловой поток, Вт;  $q$  – плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;  $L$  – теплота фазового перехода, Дж/кг;  $u$  – скорость, м/с;  $h_{cp}$  – средняя шероховатость, мкм;  $h_{ck}$  – среднеквадратичная шероховатость, мкм;  $m$  – масса, кг;  $a$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;

### Введение

Изучением гидродинамики и теплообмена при кипении в каналах различного энергетического оборудования, как чистых жидкостей, так и жидкости в присутствии различных пористых и зернистых сред занимается большое число отечественных и зарубежных исследователей [1]. Большинство работ по этой проблеме посвящено вопросам интенсификации теплообмена. Предложены аналитические и эмпирические зависимости, отражающие особенности данных процессов, подтвержденные многочисленными экспериментальными данными. Однако довольно большой класс задач, в особенности нестационарные и переходные процессы в каналах с теплоносителем, в которых важны не только значения коэффициента теплоотдачи и критический тепловой поток, остается слабоизученным [2]. Одной из нерешенных проблем является задача о вскипании недогретой жидкости в кольцевом канале с засыпкой из твердых частиц при резком увеличении темпа тепловыделения в стенке нагревателя.

Сложность и многофакторность физических процессов при кипении недогретой жидкости определяют значительные трудности как при проведении экспериментальных исследований этих процессов, так и при создании физических и математических моделей для них. Кроме того, отсутствие экспериментальных данных по детальной структуре двухфазных потоков (поля скоростей и температур, распределение концентраций фаз по сечениям канала и т.п.) затрудняет отработку математической модели в целом. Так, в работе [3], на основе сопоставления известных моделей и экспериментальных данных и с учетом принципиальных отличий в режимах кипения жидкости при различных недогревах и режимах течения сделан вывод о невозможности создания единой модели кризиса кипения недогретой жидкости. Соглашаясь в целом с таким выводом, далее будет показано, что в ряде случаев такое моделирование возможно.

В экспериментальной работе [4], выполненной на вертикальном кольцевом канале при импульсном подводе электрической мощности к внутренней обогреваемой трубке, исследовался кризис кипения воды при различных давлениях, темпах изменения температуры стенки нагревателя и начальных недогревах воды. В связи с постоянно растущим интересом к проблеме микротвэльных водоохлаждаемых реакторов [5], в опытах [4] исследовалась также роль шаровых засыпок на процессы вскипания. Во всех случаях в экспериментах фиксировалось формирование волн давления в канале. Опыты также показали, что наличие шаровой засыпки в канале приводит к заметному отличию в поведении волны давления по сравнению со свободным каналом.

В представленной работе предпринята попытка математического описания этих сложных процессов. При их моделировании выделим основные, последовательно сменяющиеся друг друга стадии [6, 7]: прогрев пристенной области до момента зарождения первых пузырьков, рост пузырьков пара на поверхности нагревателя с заданной шероховатостью в недогретой жидкости, формирование и распространение волны давления в канале. Содержанием данной статьи является решение первой из выделенных задач.

### **Моделирование процесса прогрева пристенной области**

Нестационарный процесс теплообмена от момента начала наброса мощности до момента взрывного вскипания пристенного перегретого слоя воды в свою очередь можно разбить на два этапа. Первым является нагрев поверхности стенки в течение времени  $\tau_{\text{нагр}}$  до температуры насыщения; вторым - перегрев поверхности нагревателя в течение времени  $\tau_{\text{пер}}$  до момента образования первых пузырьков.

В случае неподвижной жидкости в вертикальном кольцевом канале предполагается, что термогравитационная конвекция, вызванная неоднородностью температуры в пристенном слое воды, за рассматриваемые отрезки времени (десятки миллисекунд) не успевает развиваться. Такое допущение позволяет сформулировать и решить для стенки нагревателя и пристенного слоя воды нестационарную сопряженную задачу теплопроводности.

#### *Решение задачи теплопроводности в жидкости без шаровой засыпки*

**Аналитическое решение.** Для определения времени разогрева поверхности и толщины перегретого слоя на момент образования первых пузырьков пара сформулируем и решим нестационарную сопряженную задачу теплопроводности в системе стенка нагревателя – недогретая жидкость [8]. Расчетная схема задачи показана на рис. 1.

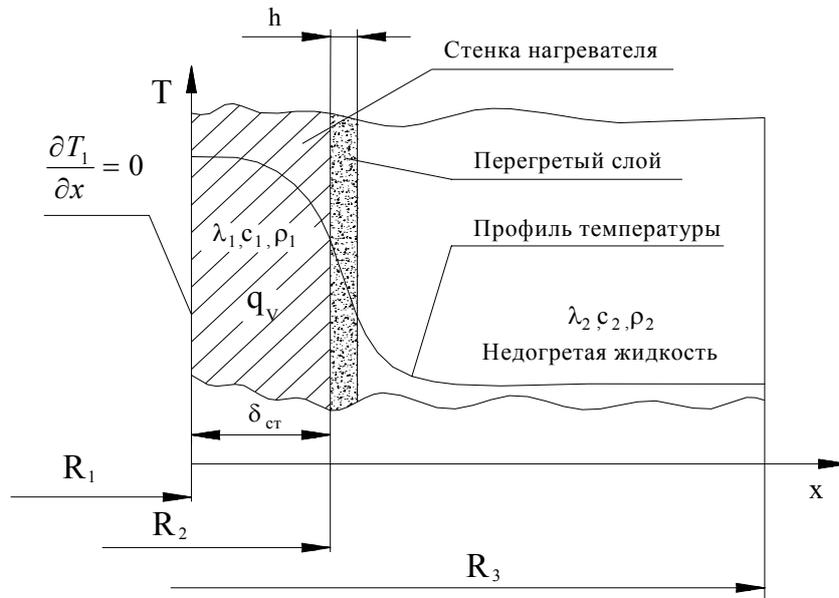


Рис. 1. Расчетная схема прогрева пристенной области.

Математическая модель задачи определения профиля температур включает в себя уравнение теплопроводности для нагревателя ( $\tau > 0$ ,  $0 < x < \delta$ )

$$(C_p \rho)_1 \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + q_v; \quad (1)$$

уравнение теплопроводности для недогретой жидкости ( $\tau > 0$ ,  $\delta < x < \infty$ )

$$(C_p \rho)_2 \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}; \quad (2)$$

начальное условие при  $\tau = 0$ :  $T_1 = T_2 = 0$ ; (3)

граничные условия при  $x = 0$ :  $\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0$ ; (4)

при  $x = \delta$ :  $T_1 = T_2$ , (5)

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x}; \quad (6)$$

при  $x \rightarrow \infty$ :  $\frac{\partial T_2}{\partial x} = 0$ . (7)

Аналитическое решение задачи (1)-(6) получено в настоящей работе операционным методом интегрального преобразования Лапласа [8].

Для относительной температуры в нагревателе имеем

$$T_1 = \frac{q_v \cdot \tau}{(C_p \rho)_1} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + K_\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} (-H)^{n-1} \left[ \left( 1 + \frac{(2n-1-\bar{x})^2}{2Fo_1} \right) \cdot \operatorname{erfc} \frac{2n-1-\bar{x}}{2\sqrt{Fo_1}} - \frac{2n-1-\bar{x}}{\sqrt{\pi Fo_1}} \cdot \exp \left( -\frac{(2n-1-\bar{x})^2}{4Fo_1} \right) + \left( 1 + \frac{(2n-1+\bar{x})^2}{2Fo_1} \right) \cdot \operatorname{erfc} \frac{2n-1+\bar{x}}{2\sqrt{Fo_1}} - \frac{2n-1+\bar{x}}{\sqrt{\pi Fo_1}} \cdot \exp \left( -\frac{(2n-1+\bar{x})^2}{4Fo_1} \right) \right] \right\}. \quad (8)$$

Для относительной температуры в жидкости получаем

$$T_2 = \frac{q_v \cdot K_\varepsilon \cdot \tau}{(1 + K_\varepsilon)(C_p \rho)_1} \left\{ \left[ 1 + \frac{(\bar{x} - 1)^2}{2Fo_2} \right] \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{\bar{x} - 1}{2\sqrt{Fo_2}} \right) - \frac{\bar{x} - 1}{\sqrt{Fo_2}} \cdot \exp \left( -\frac{(\bar{x} - 1)^2}{4Fo_2} \right) - \right. \\ \left. - (1 + H) \sum_{n=1}^{\infty} (-H)^{n-1} \left[ \left[ 1 + \frac{(2n\sqrt{K_a} + \bar{x} - 1)^2}{2Fo_2} \right] \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{\bar{x} - 1 + 2n\sqrt{K_a}}{2\sqrt{Fo_2}} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2n\sqrt{K_a} + \bar{x} - 1}{\sqrt{\pi Fo_2}} \cdot \exp \left( -\frac{(2n\sqrt{K_a} + \bar{x} - 1)^2}{4Fo_2} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

Здесь  $n$  – номер члена ряда;  $\bar{x} = x/\delta$  – безразмерная координата по пространству;  $K_\varepsilon = \sqrt{(\lambda C_p \rho)_1 / (\lambda C_p \rho)_2}$ ;  $K_a = a_2/a_1$ ;  $H = (1 - K_\varepsilon)/(1 + K_\varepsilon)$ ;  $Fo_1 = a_1 \tau / \delta^2$ ;  $Fo_2 = a_2 \tau / \delta^2$ .

По формулам (8) и (9) проведена серия расчетов температурных полей в стенке нагревателя и в жидкости для условий экспериментов [4]. Материалом тепловыделяющей трубки была сталь X18H10T; длина трубки  $L = 140$  мм, внутренний радиус нагревателя  $R_1 = 4$  мм, наружный радиус  $R_2 = 5$  мм,  $T_s = 406$  К,  $dT/d\tau = 900 \div 2100$  К/с,  $\Delta T_{\text{нед}} = 10 \div 40$  К. На рис. 2 показаны распределения температуры в жидкости на момент начала парообразования при недогреве  $\Delta T_{\text{нед}} = 10$  К и различных темпах нагрева стенки.

Для определения толщины перегретого слоя необходимо задаться перегревом поверхности, при котором начинается рост первых пузырьков пара. Как известно, необходимый перегрев поверхности для начала роста первых пузырьков зависит от шероховатости. Для принятого в расчетах восьмого класса точности обработки поверхности необходимый перегрев, исходя из условий теплового равновесия зародыша, составлял 3.2 К. Принимая температуру поверхности как  $T_{\text{пов}} = T_s + \Delta T_{\text{пер}}$  по формулам (8) и (9) определяем толщины перегретого слоя. Результаты этих расчетов приведены на рис. 3.

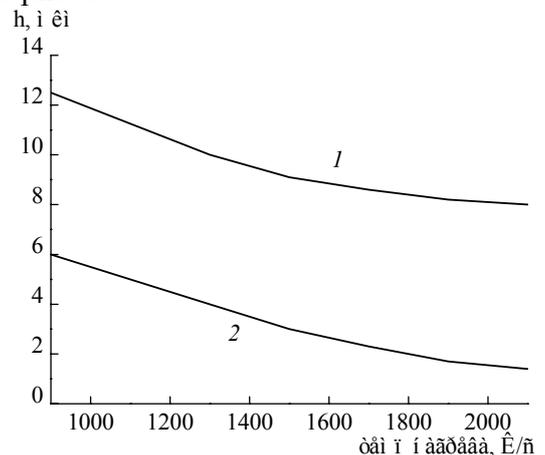
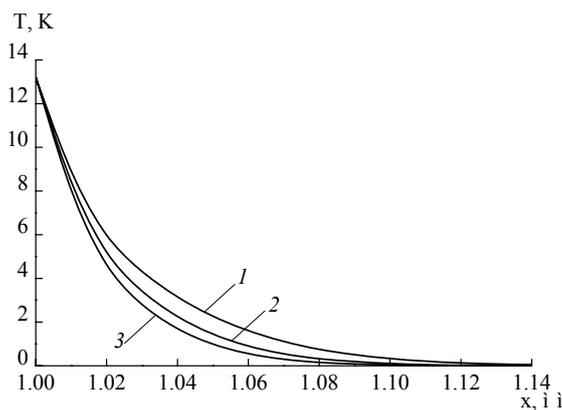


Рис. 2. Распределение температур в жидкости при  $\Delta T_{\text{нед}} = 10$  К и различных темпах нагрева стенки: 1- 900, 2-1500, 3-2100 К/с.

Рис. 3. Изменение толщины перегретого слоя: 1-  $\Delta T_{\text{нед}} = 10$  К, 2-  $\Delta T_{\text{нед}} = 40$  К.

**Численное решение.** С целью отработки математической модели и сопоставления результатов расчетов с аналитическим решением численно решалась задача теплопроводности для составной цилиндрической расчетной области. Математическая постановка задачи выглядит следующим образом.

Решалось уравнение теплопроводности при  $R_1 < r < R_3$

$$(C_p \rho) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_v. \quad (10)$$

Здесь коэффициент теплопроводности -  $\lambda$ , теплоемкость -  $c_p$ , плотность -  $\rho$ , являются известными функциями координаты по пространству  $r$ ; мощность внутренних источников теплоты  $q_v$  - известной функцией координаты по пространству  $r$  и времени  $\tau$ .

$$\text{В качестве начального условия при } \tau = 0 \text{ полагалось } T = T_0. \quad (11)$$

$$\text{Граничным условием при } r = R_l \text{ и } r \rightarrow \infty \text{ было } \frac{\partial T}{\partial r} = 0. \quad (12)$$

Одномерная нестационарная задача теплопроводности (10)-(12) для рассматриваемой составной неоднородной области решалась конечно-разностным методом, являющимся комбинацией абсолютно устойчивой неявной разностной схемы и метода прогонки [9].

За время окончания расчетов принималось время достижения перегрева поверхности нагревателя со стороны воды на величину  $\Delta T_{\text{пер}}$  для различных начальных условий. Полагалось, что, начиная с этого перегрева, на поверхности нагревателя начинают образовываться и расти паровые пузырьки. Некоторые результаты численных расчетов приведены в таблице.

Результаты численных и аналитических расчетов

$\frac{\partial T}{\partial \tau},$ К/с	$\frac{q_v \frac{Вт}{м^3}}{Q, кВт}$	$\Delta T_{\text{нед}},$ К	$\tau_{\text{нагр}},$ с		$h,$ мм
			аналитически	численно	
900	$\frac{4.2 \cdot 10^9}{35.6}$	10	0.01147	0.01162	0.012
		40	0.0459	0.0462	0.006
1300	$\frac{5.8 \cdot 10^9}{49.2}$	10	0.00831	0.0084	0.01
		40	0.0332	0.0334	0.0054
1500	$\frac{6.7 \cdot 10^9}{56.8}$	10	0.00721	0.0073	0.009
		40	0.0288	0.0289	0.0051
1700	$\frac{7.5 \cdot 10^9}{63.6}$	10	0.00642	0.0065	0.008
		40	0.0257	0.0258	0.046
1900	$\frac{8.3 \cdot 10^9}{70.4}$	10	0.0058	0.0057	0.007
		40	0.0232	0.0233	0.0044
2100	$\frac{9.1 \cdot 10^9}{77.2}$	10	0.0053	0.0054	0.006
		40	0.0211	0.0213	0.0042

Моделирование проводилось для различных темпов наброса мощности в нагревателе и недогревов жидкости, завершаясь при перегревах, необходимых для начала роста паровых пузырьков. Проведенные расчеты позволили сделать несколько важных выводов. Во-первых, толщина перегретого слоя  $h$ , в котором начинается процесс роста паровых пузырьков, существенно зависит от степени недогрева жидкости. При уменьшении недогрева толщина перегретого слоя при одинаковой мощности тепловыделения резко возрастает. Во-вторых, толщина перегретого слоя  $h$  сильно зависит от мощности внутреннего источника  $q_v$ .

#### Задача теплопроводности с шаровой засыпкой

Для оценки влияния засыпки на динамику тепловых процессов в пристенном слое воды необходимо рассмотреть трехмерную нестационарную задачу теплопроводности для кольцевого канала, заполненного шаровой засыпкой с обогреваемой внутренней трубкой, рис. 4.

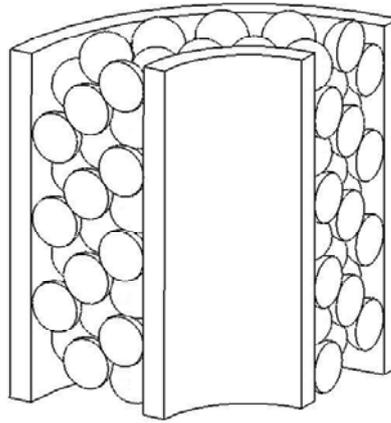


Рис. 4. Сечение кольцевого канала, заполненного зернистым слоем.

Результаты расчетов для канала без засыпки шариков показали, что перегретый слой воды на поверхности нагревателя на момент вскипания имеет толщину  $h$  порядка 0.1 мм и менее. Поэтому для засыпок с шариками, диаметр которых превышает эту величину, достаточно рассмотреть на поверхности нагревателя лишь один слой шариков. Кроме того, при значительно большем по сравнению с шариком диаметре нагревателя поверхность нагрева можно принять плоской. Цель расчета - получение распределения температуры в пристенном слое воды на момент начала образования первых пузырей в зависимости от материала, размеров шариков монодисперсной засыпки, мощности тепловыделения в стенке нагревателя. В зависимости от отношения диаметра канала к диаметру шарового элемента засыпки в канале могут образовываться как регулярная, так и не регулярная структуры зернистого слоя. В дальнейшем исследовались только регулярные структуры засыпки с кубической и ромбоэдрической схемами упаковки шариков, рис. 5.

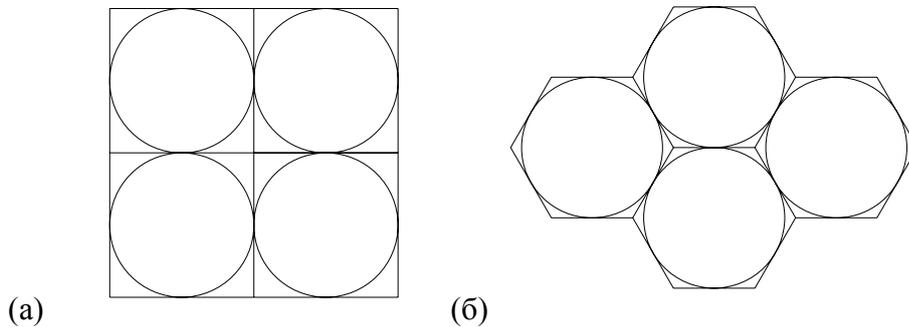


Рис. 5. Схемы упаковки шаров на поверхности нагревателя: кубическая-(а); ромбоэдрическая-(б).

Расчетная область, как показано на рис.6 состоит из трех разнородных подобластей с идеальными контактами на поверхностях сопряжения.

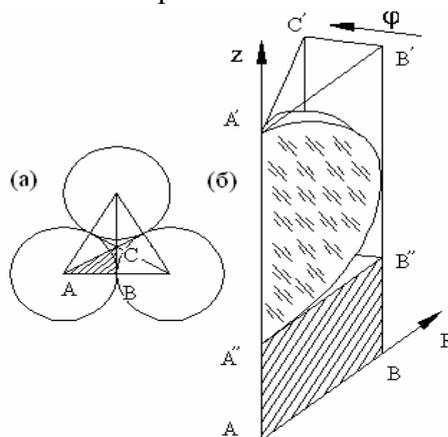


Рис. 6. Характерная ячейка расчетной области для ромбоэдрической упаковки-(а); расчетная схема-(б).

Для нахождения поля температуры задачу теплопроводности запишем в следующем виде: уравнение теплопроводности

$$(c_p \rho) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v, \quad (13)$$

$$\text{начальное условие при } \tau = 0 : T = T_0; \quad (14)$$

$$\text{граничные условия: } \frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (15)$$

Для решения сформулированной нестационарной задачи теплопроводности в системе стенка нагревателя-вода-шарик засыпки применен численный метод конечных элементов в вариационной постановке и разработана программа для ЭВМ, работающая в среде Visual Fortran 6.6. Результатами расчетов являются распределения температур в стенке нагревателя и пристенном слое воды на момент начала фазового перехода. Проведены расчеты для шариков различных размеров и теплофизических свойств (рис.7). Результаты показали, что теплофизические свойства материала засыпки могут существенно влиять на температурное поле вблизи поверхности контакта шарика и стенки нагревателя. Наиболее интересными с точки зрения практического применения являются три случая возможных значений коэффициента температуропроводности материала засыпки. Первый случай, когда  $a_3$  выше, чем  $a_{жс}$ . Это относится к различным металлам и сплавам. Второй случай, когда  $a_3$  приблизительно равен  $a_{жс}$ , для стекла или кварцевого песка. Третий, когда  $a_3$  ниже, чем коэффициент жидкости (углепластиком, вспененным и пористым материалам).

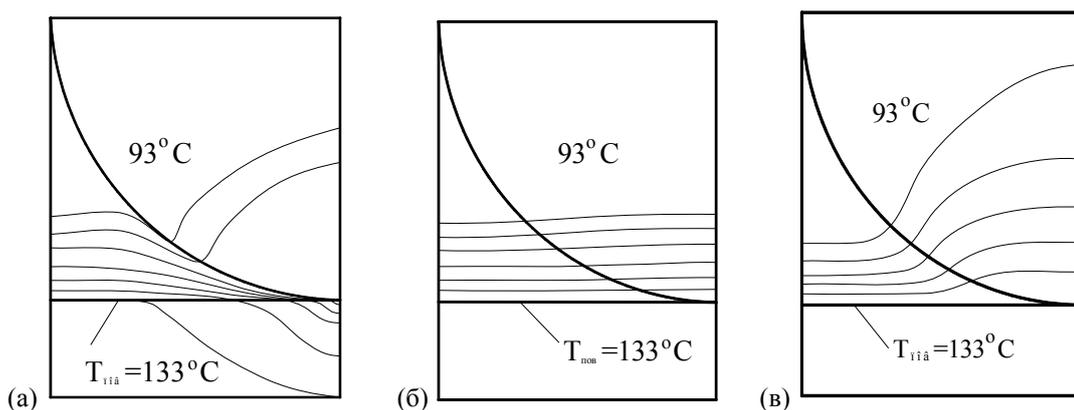


Рис. 7. Распределения температур на момент начала парообразования, материал засыпки: (а) – алюминий; (б) – стекло; (в) – пенополиуретан; радиус шарика-2.5 мм, недогрев-10 К.

Рассмотрим более детально каждый из вариантов. В первом (рис. 7а) в месте контакта шарика с нагревателем наблюдается довольно существенный провал температуры. При малых размерах частиц это приводит к весьма значительному (до двух раз) затягиванию времени прогрева поверхности нагревателя. Еще одной особенностью влияния более теплопроводной засыпки является снижение количества активных центров парообразования на поверхности. По-видимому, эти центры будут группироваться на свободной поверхности нагревателя, равноудаленной от мест контакта соседних шариков с нагревателем. Расчеты показали, что при высоких недогревах жидкости и темпах тепловыделения более теплопроводная засыпка может снижать площадь перегретой поверхности на 40-60% (в зависимости от размера частиц). При увеличении размеров частиц и уменьшении степени недогрева влияние их на искажение интегрального температурного поля снижается.

Во втором случае, когда коэффициенты температуропроводности частиц и воды приблизительно равны, искажение температурного поля в пристенном слое практически отсутствует (рис. 7б). Влияние частиц засыпки в рассматриваемом случае, очевидно, будет выражаться только в эффекте вытеснения части жидкости из пристенного слоя.

В третьем случае, когда коэффициент температуропроводности засыпки ниже, чем в жидкости, места контакта шариков и нагревателя в зависимости от соотношения  $a_з/a_{ж}$  могут прогреваться значительно быстрее, чем свободная поверхность нагревателя (рис. 7с). При этом первые пузырьки, очевидно, будут образовываться именно в более перегретых местах контакта шарика и нагревателя. Однако условия их зарождения, по всей видимости, существенно отличаются от поверхностного зародышеобразования в силу наличия пятна контакта шарика и нагревателя.

Математическая модель прогрева пристенной области позволяет проводить оценки толщин перегретого слоя для различных заданных перегревов поверхности; с высокой точностью определять время до начала роста первых паровых пузырьков; проводить оценки площади поверхности, на которой начинается активный рост паровых пузырьков с различных начальных перегревов, с учетом геометрических параметров и теплофизических свойств шаровой засыпки.

### Влияние размеров засыпки на вытеснение жидкости из пристенного слоя

Не менее важную роль в процессе прогрева пристенной области играет эффект вытеснения части жидкости из места контакта элемента засыпки с нагревателем. Поскольку рассчитанные толщины перегретого слоя в ряде случаев соизмеримы с размерами частиц засыпки, следует оценить влияние размеров засыпки на объем жидкости, вытесняемый из перегретого слоя. Для этого выделим элементарные ячейки для обеих схем упаковки (рис. 8), и рассчитаем объем пристенного слоя и объем жидкости, вытесняемый шариками различного радиуса.

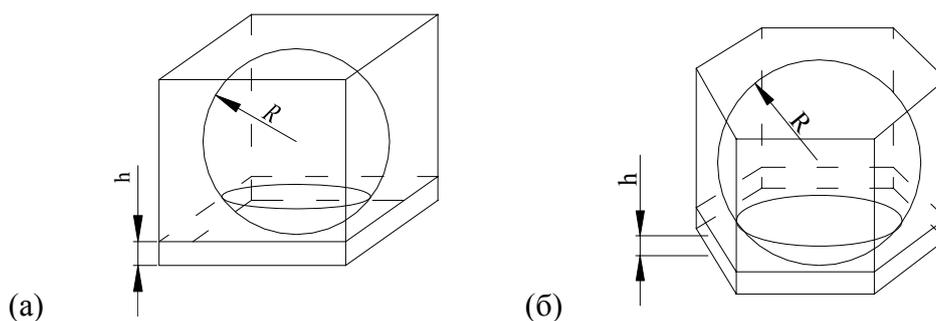


Рис. 8. Ячейка кубической-(а) и ромбоэдрической-(б) упаковок.

Для кубической упаковки объем жидкости в слое толщиной  $h$  для одного шарика вычисляется по формуле

$$V_{\text{мксл}} = 4R^2h. \quad (16)$$

Объем, занимаемый шариком в слое, вычисляется по формуле

$$V_{\text{шар}} = \pi R h^2 - \frac{\pi h^3}{3}. \quad (17)$$

Для ромбоэдрической упаковки эти же объемы вычисляются по формулам

$$V_{\text{мксл}} = 2\sqrt{3}R^2h \quad (18)$$

и

$$V_{\text{шар}} = \pi R h^2 - \frac{\pi h^3}{3}. \quad (19)$$

Для сопоставления этих объемов проведены расчеты для различных диаметров шарика и толщины перегретого слоя жидкости. На рис. 9 показано, отношение объема жидкости в зависимости от диаметра шарика, остающейся под шариком, к изначальному объему жидкости в перегретом слое для кубической и ромбоэдрической упаковок при толщине перегретого слоя 0.1 мм:

$$V_{\text{отн}} = (V_{\text{мксл}} - V_{\text{шар}}) / V_{\text{мксл}}. \quad (20)$$

Расчеты показали, что способ упаковки шариков практически не влияет на эффект вытеснения.

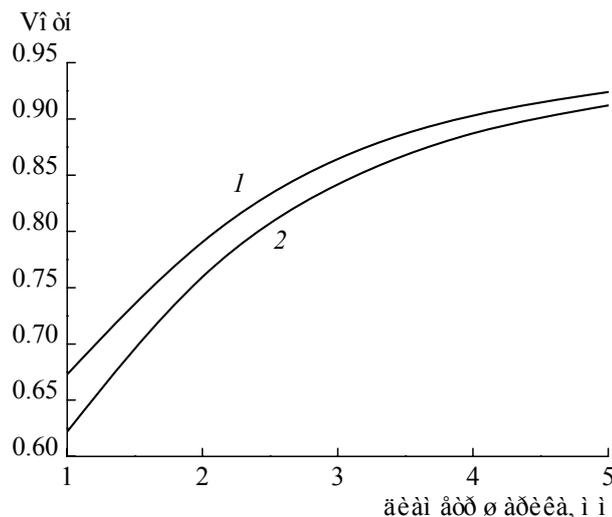


Рис. 9. Зависимость  $V_{отн}$  от диаметра шарика: 1-кубическая упаковка, 2-ромбоэдрическая упаковка.

Из рис. 9 видно, что при росте радиуса шарика величина  $V_{отн}$  стремится к единице. Это значит, что при большом отношении радиуса шарика к толщине перегретого слоя его влияние, с точки зрения вытеснения жидкости, практически отсутствует. При сближении же этих величин влияние вытеснения резко возрастает. В предельном случае, при равенстве радиуса шарика  $R$  толщине перегретого слоя  $h$  (например, для частицы кварцевого песка диаметром  $\sim 0,3$  мм), частица способна вытеснить до 50% жидкости из слоя.

**Задача о росте и развитии пузырька пара на поверхности нагревателя.** В предлагаемой работе приводятся результаты численного моделирования процесса возникновения и роста пузырьков пара и их развития до момента их слияния в паровую пленку.

Для расчета времени покрытия пузырьками пара поверхности нагрева необходимо знать распределение размеров микрошероховатостей, которые определяют начальные радиусы пузырьков, и необходимый перегрев для начала их роста. Будем считать, что шероховатость поверхности подчиняется нормальному закону распределения [10]. Выберем несколько интервалов с одинаковым шагом и найдем среднее значение шероховатости на данном отрезке функции. Вычислим вероятности попадания величины в выбранные интервалы. Далее рассчитаем площади поверхности впадин для каждого размера шероховатости, принимая угол при вершине впадины  $\approx 90^\circ$ , и определим доли, занимаемые каждым типом впадин на единице поверхности ( $1 \text{ см}^2$ ).

Связь необходимого перегрева с геометрией впадины находится из условия теплового равновесия зародыша в перегретом слое жидкости и для воды определяется по формуле

$$T_w = \frac{2\sigma T_s}{r\rho_v R_c} + T_s,$$

где  $R_c$  – радиус устья впадины.

Описанная методика позволяет заложить в программу последовательное включение центров парообразования во времени в зависимости от перегрева поверхности, что дает возможность проводить расчеты для различных состояний поверхности нагрева. При моделировании процесса роста пузырька используется микрослоевая модель, впервые предложенная в работе [11] и получившая дальнейшее развитие в [12, 13]. Форма парового пузырька принималась полусферической. Целями расчета здесь являются зависимости скорости роста пузырьков, объемов перегретого микрослоя от темпа тепловыделения и недогрева жидкости с учетом образования сухого пятна под пузырьками. Расчетная схема задачи показана на рис. 10.

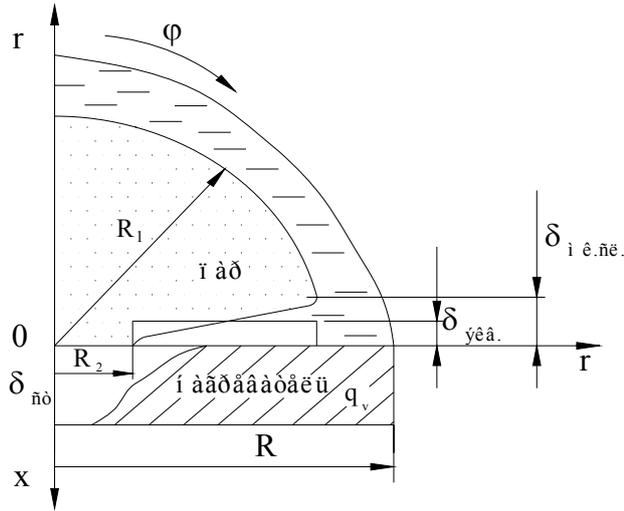


Рис. 10. Расчетная схема для пузырька в заключительной стадии роста с учетом сухого пятна.

Для вычисления скорости роста пузырька используется уравнение теплового баланса

$$L \frac{dm}{dt} = \int_S q dS.$$

Распределения плотности тепловых потоков  $q$  при росте пузырька в пристенном слое с неоднородной по толщине и переменной по времени температурой находятся из решения задачи об определении температурного поля жидкости, окружающей растущий пузырек и включающей следующие уравнения:

уравнение энергии

$$(c_p \rho)_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + u \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_1 r^2 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda_1 \sin \varphi \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} \right), \quad (21)$$

где  $u = \frac{\partial R_1}{\partial \tau}$  – скорость границы пар–жидкость;

уравнение теплопроводности

$$(c_p \rho)_2 \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_2 r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) + q_v, \quad (22)$$

где  $0 < r < R$ ,  $0 < \varphi < 90^\circ$ ,  $0 < x < \delta$ ,  $0 < \tau < t$ ; начальное условие при  $\tau = 0$ :  $T_1 = T_2 = T_3$ ; граничные условия при  $r = R_1$ ,  $0 < \varphi < \varphi_1$  и  $\varphi = \varphi_1$ ,  $R_2 < r < R_1$ :  $T_1 = T_5$ ; при  $\varphi = 90^\circ$ ,  $x = 0$  и

$R_2 < r < R$ :  $\frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} = \frac{\partial T_2}{\partial x}$ ,  $T_1 = T_2$ ; на остальных границах  $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ .

По мере испарения микрослоя под пузырьком образуется сухое пятно ( $0 < r < R_2$ ). Примем, что интенсивность теплообмена между паром и поверхностью нагревателя значительно меньше, чем на остальных поверхностях пузырька (при  $\varphi = \varphi_1$ ,  $R_2 < r < R_1$  и  $r = R_1$ ,  $0 < \varphi < \varphi_1$ ), на которых происходит фазовый переход, поэтому в расчете поверхность сухого пятна по отношению к пару полагаем теплоизолированной.

Для равновесного состояния пара в пузырьке на основании уравнения состояния

$$pV = mBT, \quad (23)$$

где  $V = \frac{2}{3} \pi R_1^3$ , и полагая, что температура  $T = T_5$  при данном давлении, для вычисления радиуса пузырька можно получить следующее выражение:

$$R_1 = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi} \frac{mBT_s}{\rho}}, \quad (24)$$

где

$$m = \frac{1}{L} \int_{\tau_s} \int q dS d\tau.$$

Для вычисления толщины микрослоя, остающегося под паровыми пузырьками, использовалась зависимость Оландера–Уотса [14]

$$\delta(R) = \frac{\pi}{4\sqrt{3}} \frac{\rho_v r}{c\rho(T_w - T_s)} \sqrt{\frac{v}{a_l}} R_1.$$

Эта формула справедлива для полусферической формы пузырька, которая в условиях малых недогревов и высоких темпов тепловыделения сохраняется до давления  $\sim 2$  МПа, что подтверждается, в частности, экспериментальными данными.

Задача решалась численно методом конечных разностей в программной среде Visual Fortran 6.6. В начале решались уравнение энергии для жидкости (21) и уравнение теплопроводности для нагревателя (22) при  $u=0$  методом суммарной аппроксимации [9] с использованием неявной конечно-разностной схемы. При достижении поверхностью температуры заданного перегрева относительно температуры насыщения на основании найденного температурного поля определялось распределение тепловых потоков  $q$  по поверхности пузырька начального радиуса  $R_0$ . По формуле (24) рассчитывалась масса пара в пузырьке, и затем по формуле (23) находился новый радиус пузырька  $R_1$  и радиальная скорость движения границы пузырька  $u$ . При найденных скорости роста и радиусе пузырька расчет повторялся на новом шаге по времени и заканчивался, когда поверхность, занятая пузырьками, совпадала со всей поверхностью нагревателя. Все расчеты проводились для воды при следующих значениях параметров: толщина стенки нагревателя  $\delta_{cm} = 1$  мм, начальное давление  $P_0 = 0.1 \div 1$  МПа, начальный недогрев воды  $\Delta T_{нед} = 5 \div 90$  К, скорость разогрева поверхности  $dT/d\tau = 900 \div 3000$  К/с, начальные радиусы пузырьков соответствовали седьмому классу точности поверхности. Результаты расчетов по модели для скорости роста пузырьков показаны на рис. 11.

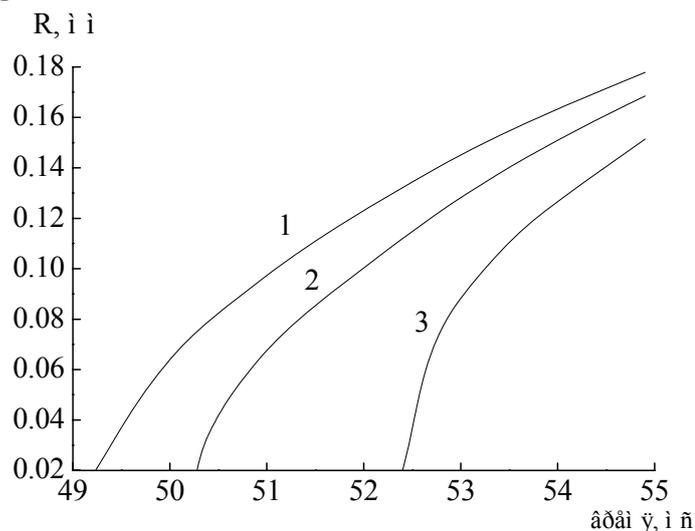


Рис. 11. Скорость роста пузырьков пара на поверхности нагревателя при  $P_0 = 0.31$  МПа,  $\Delta T_{нед} = 40$  К,  $dT/d\tau = 1700$  К/с. 1-  $T_w - T_s = 2\hat{E}$ , 2-  $T_w - T_s = 3\hat{E}$ , 3-  $T_w - T_s = 5\hat{E}$

Анализ результатов расчетов показал, что, во-первых, при низкой скорости разогрева стенки ( $900 - 1300$  К/с) пузырьки на момент их слияния могут иметь большой разброс по размерам и скорости роста, поскольку из-за относительно низкой скорости роста успевают

активироваться впадины различных размеров на поверхности. С увеличением скорости разогрева ( $1500 - 4000 \text{ K/c}$ ) количество пузырьков возрастает, однако их размеры уменьшаются и на момент покрытия всей поверхности стремятся к определенному характерному значению, соответствующему средней шероховатости поверхности. Таким образом, с увеличением теплового потока в стенке нагревателя преобладающую роль в покрытии всей поверхности играют первые зарождающиеся пузырьки. Объем перегретого микрослоя несколько увеличивается из-за уменьшения относительной площади сухих пятен.

Во-вторых, в области умеренных недогревов ( $5-20 \text{ K}$ ), скорость роста пузырька приближается к скорости роста в насыщенной жидкости. Однако в любом случае, поскольку пузырек выходит за пределы перегретого слоя, скорость его роста ограничена и определяется в основном мощностью тепловыделения. Объем перегретого микрослоя, остающегося под пузырьками, в этой области имеет максимум. С увеличением недогрева ( $40-70 \text{ K}$ ) скорость роста пузырьков и объем микрослоя снижаются, и при значениях недогрева  $\sim 100 \text{ K}$  роль пузырьковой стадии вскипания становится несущественной по сравнению с последующим процессом испарения микрослоя. В связи с этим для проведения расчетов в таких условиях необходимо вносить изменения в расчетную модель.

В-третьих, влияние состояния поверхности заключается в изменении распределения микронеровностей по размерам, что в основном отражается на начальной стадии роста пузырька. При увеличении мощности тепловыделения влияние качества поверхности снижается и практически исчезает, например, при  $q_v \approx 10^{12} \text{ Вт/м}^3$  ( $dT/d\tau \approx 6 \cdot 10^3 \text{ K/c}$ ), что соответствует началу режима пленочного вскипания.

**Задача испарения микрослоя.** За начало процесса испарения микрослоя принимается момент, когда вся поверхность нагревателя покрыта паровыми пузырьками (рис. 12).

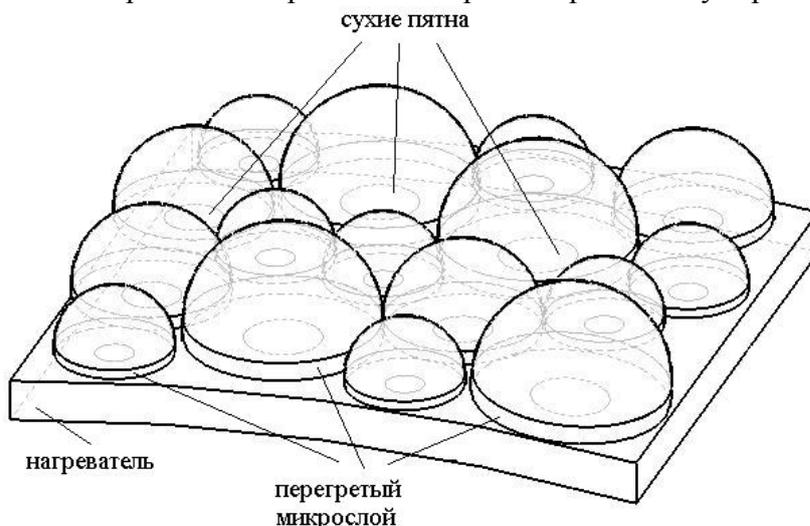


Рис. 12. Картина состояния поверхности на момент слияния паровых пузырьков.

Как видно из рисунка жидкость в микрослое под пузырьком имеет форму клина, а пузырьки на момент слияния являются полусферическими. Тем не менее при моделировании процесса роста паровой полости и испарения микрослоя допустим, что продольным движением (всплытием) полости можно пренебречь. Поскольку отношение толщины перегретого микрослоя к его продольному размеру очень мало, поверхность испарения является практически плоской. Поэтому коническую форму микрослоя можно заменить на эквивалентную по объему цилиндрическую с учетом неизменности площади сухой зоны. Определяющую роль здесь играет равенство объемов жидкости и занимаемой площади поверхности. Это предположение позволяет вести расчет только в поперечном направлении (по радиусу), что приводит к одномерной сопряженной задаче в цилиндрической системе координат. Расчетная схема показана на рис. 13.

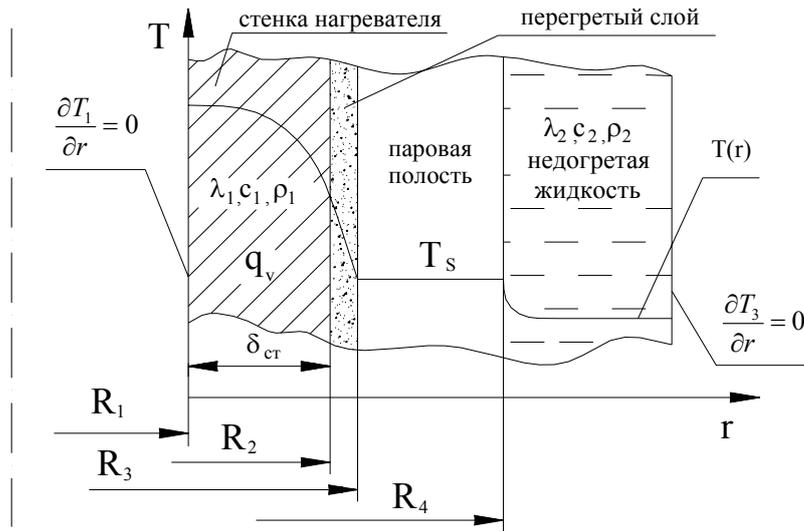


Рис. 13. Расчетная схема задачи испарения микрослоя.

Для решения используется следующая система уравнений:  
уравнение теплопроводности для нагревателя

$$(c_p \rho)_1 \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_1 r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + q_v;$$

уравнение теплопроводности для микрослоя

$$(c_p \rho)_2 \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_2 r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right);$$

уравнение энергии для жидкости

$$(c_p \rho)_2 \left( \frac{\partial T_3}{\partial \tau} + u \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_2 r \frac{\partial T_3}{\partial r} \right),$$

где  $u = \frac{dR_4}{d\tau}$  – скорость движения границы пар–жидкость;

уравнение движения

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial P}{\partial r};$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial r} (ru) = 0;$$

уравнение состояния для пара в “чулке” в форме (23).

Начальные условия при  $\tau = 0$ :  $T_1 = f_1(r)$ ,  $T_2 = f_2(r)$ ,  $T_3 = f_3(r)$ ,  $u = u_0$ ;

граничные условия при  $r = R_2$ :  $T_1 = T_2$ , при  $R_3 < r = R_4$ :  $T = T_s$ ;

при  $r \rightarrow \infty$ :  $p = p_\infty$ ; на остальных границах:  $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ .

Записанная система решалась конечно-разностным методом с использованием абсолютно устойчивой неявной схемы [9]. Результатом решения задачи о росте пузырьков пара и испарении микрослоя являются кривые роста давления при вскипании чистой жидкости в кольцевом канале (рис. 14).

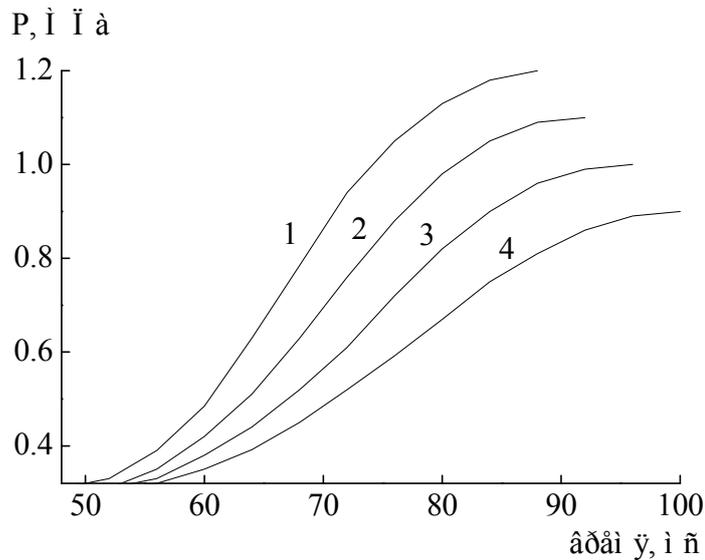


Рис. 14. Изменение давления при различных скоростях нагрева  $\partial T/\partial \tau$ . 1-1700, 2-1600, 3-1500, 4-1400 К/с,  $\Delta T_{нед} = 10\text{ К}$ ,  $P_0 = 0.31\text{ МПа}$

**Анализ результатов.** Записанные системы уравнений позволяют моделировать процесс эволюции паровой полости только до момента полного осушения стенки, т.е. до момента, когда заканчивается приток пара в полость, которому соответствует максимум давления. Вопросы схлопывания полости и связанные с этим последующие колебания давления в данной работе не рассматриваются, поскольку после повторного смачивания поверхности поле скоростей в канале становится существенно неоднородным.

Расчеты проводились при различных комбинациях начальных параметров в канале. На рис. 14 показана серия расчетных кривых профиля давления в кольцевом канале, заполненном чистой водой при различных темпах тепловыделения в стенке нагревателя. Как видно из графика, с ростом темпа тепловыделения значение максимума давления увеличивается, а время до его наступления уменьшается, что соответствует физической природе процесса. Однако при увеличении начального давления в канале максимум амплитуды существенно снижается даже при высоких темпах тепловыделения (рис. 15). Это обусловлено существенным возрастанием температуры насыщения жидкости, которое приводит к резкому уменьшению толщины испаряющегося слоя воды. Здесь же приведены результаты экспериментов для  $P_0 = 0.1$  и  $0.31\text{ МПа}$ .

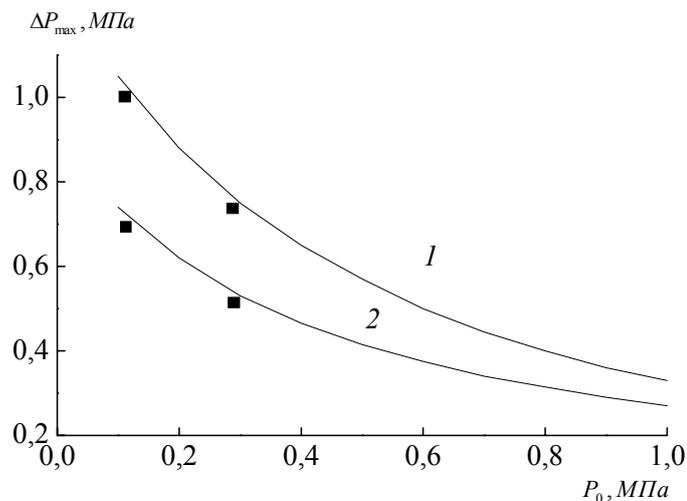


Рис. 15. Зависимость  $\Delta P_{\max}$  для чистой жидкости от начального давления в канале при  $\partial T/\partial \tau = 1700\text{ К/с}$ . Кривые - расчет. Точки - эксперимент. 1 -  $\Delta T_{нед} = 10\text{ К}$ , 2 -  $\Delta T_{нед} = 40\text{ К}$

Аналогичные расчеты проводились для жидкости в присутствии шаровой засыпки. Однако данная модель позволяет оценить влияние засыпки только с точки зрения объема

вытесняемой жидкости из пристенного слоя. На рис. 16 приведены кривые роста давления в чистой жидкости и в присутствии шаровой засыпки, а на рис. 17 максимумы давления в канале при различных темпах тепловыделения.

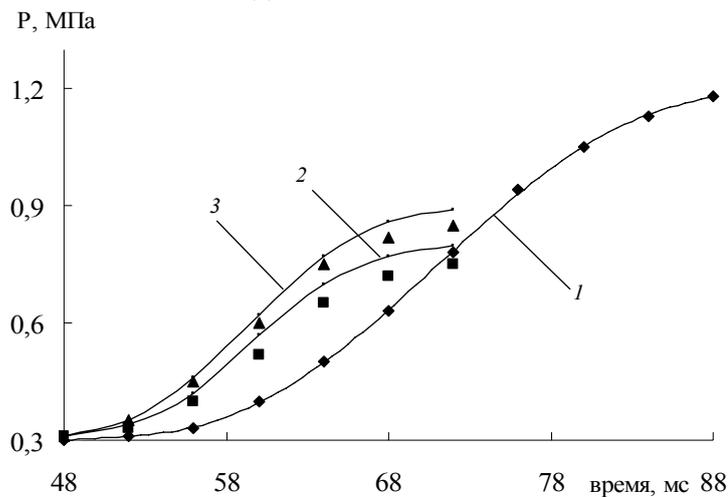
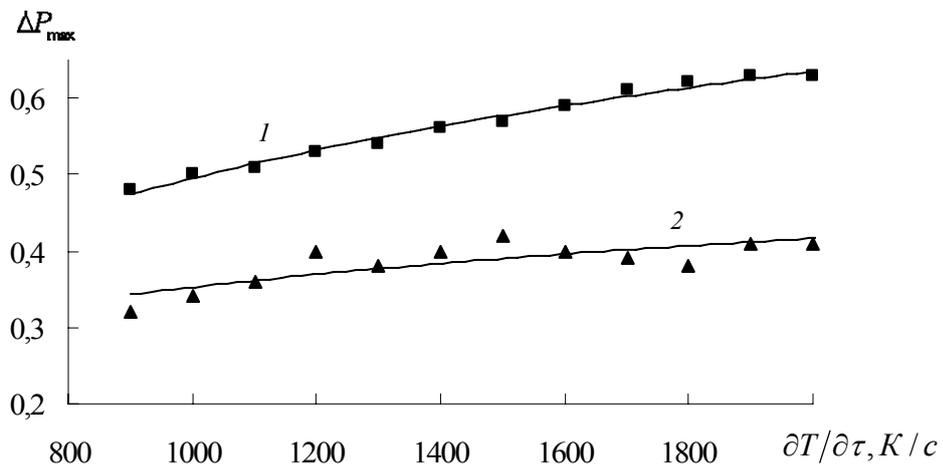
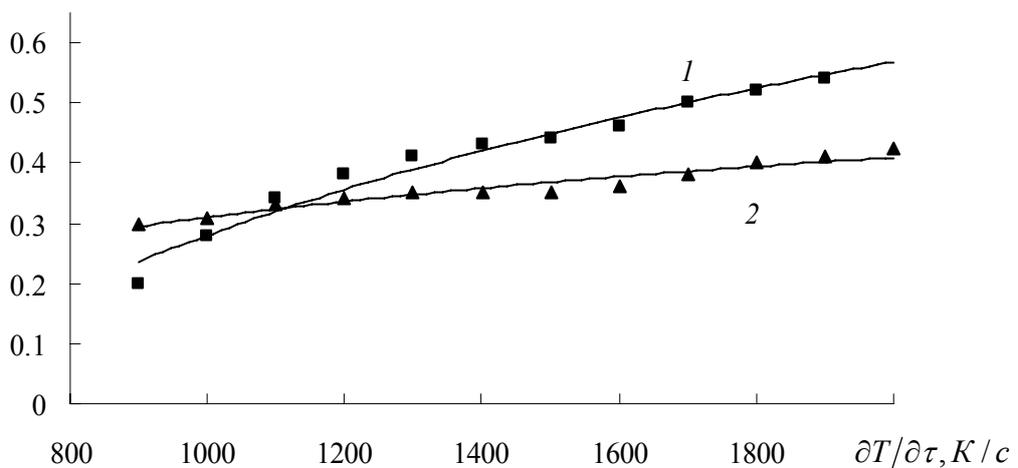


Рис. 16 Профиль волны давления в канале: кривые - расчет по модели, точки - эксперимент.  $\Delta T_{нед} = 10K$ ,  $\partial T/\partial \tau = 1700K/c$  1- чистая жидкость, 2- засыпка  $d=1.2$  мм, 3- засыпка  $d=3.4$  мм



(а)



(б)

Рис. 17. Максимумы давления в канале: кривые - расчет по модели, точки - эксперимент.  $\Delta T_{нед} = 10K$  - (а),  $\Delta T_{нед} = 40K$  - (б). 1- шарики силикагеля  $d=3.4$  мм, 2 – стеклянные шарики  $d=1.2$  мм.

Наличие засыпки снижает максимум давления, хотя он наступает раньше, чем в чистой жидкости. Расчеты показали, что при одном и том же количестве подведенной энергии объ-

ем жидкости, потенциально переходящей в давление, меньше, чем при отсутствии засыпки, однако испарится она быстрее. На рис. 17 представлено также сопоставление расчетов максимумов давления в канале с экспериментальными данными.

## Заключение

Предложенная в настоящей работе модель вскипания недогретой жидкости в кольцевом канале позволяет проводить расчеты скоростей роста паровых пузырьков на поверхности нагревателя и оценивать время покрытия пузырьками всей поверхности нагревателя с учетом реальной шероховатости. Модель также позволяет получать профиль волны давления в широком диапазоне начальных параметров в канале. Проведен анализ влияния шаровой монодисперсной засыпки на амплитуду давления. Найдены характерные времена процессов. Полученные результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными и позволяют применять разработанную модель для описания такого рода процессов, протекающих в узких каналах, размеры которых сопоставимы с размерами “парового чулка”.

Авторы выражают глубокую благодарность Э.А. Таирову и М.Ю. Гриценко за предоставленные результаты экспериментов и обсуждение работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№, 08-08-00325-а, 07-08-12292 оф).

## Список литературы

- [1] Ковалев С.А., Леонтьев А.И. Достижения российских ученых в области исследования теплообмена при кипении (Обзор) // ТВТ. 1999. Т. 37. № 6. С. 989.
- [2] Hetsroni G. Flow and heat transfer in micro-channels // 5<sup>th</sup> International Symposium on Multi phase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion, Xi'an, China, CD-ROM. 2005.
- [3] Зейгарник Ю.А. Об универсальной модели кризиса кипения недогретой жидкости в каналах // ТВТ. 1996. Т. 34. № 1. С. 52.
- [4] Покусаев Б.Г., Казенин Д.А., Таиров Э.А., Чижиков С.А. Моделирование ударных процессов при аварийном набросе мощности в сборке твэлов // Теплоэнергетика. 1999. № 3. С. 53.
- [5] Филиппов Г.А., Богоявленский Р.Г., Авдеев А.А. Перспективы создания прямоточных микротвэльных ядерных реакторов с перегревом пара // Тяжелое машиностроение. 2002. № 1. С. 7.
- [6] Деев В.И., Куценко К.В., Лаврухин А.А., Харитонов В.С. Нестационарный кризис кипения жидкостей. Сб. трудов 5-го Минского международного форума по тепло- и массообмену. Т. 2. Минск: Изд-во ИТМО НАНБ. CD-ROM. 2004.  
<http://www.itmo.by/forum/mif5/S05/5-20.PDF>
- [7] Покусаев Б.Г., Таиров Э.А., Некрасов А.К., Некрасов Д.А. Нестационарные тепло - гидравлические процессы в зернистом слое. Сб. трудов 5-го Минского международного форума по тепло- и массообмену. Т. 2. Минск: Изд-во ИТМО НАНБ. CD-ROM. 2004.  
<http://www.itmo.by/forum/mif5/S06/6-31.PDF>
- [8] Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
- [9] Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: УРСС, 2003. 779 с.
- [10] Кордонский Х.Б. Приложения теории вероятностей в инженерном деле. М.: Высшая школа, 1963. 290 с.
- [11] Лабунцов Д.А. Механизм роста паровых пузырьков на поверхности нагрева при кипении // ИФЖ. 1963. № 4. С. 33.
- [12] Cooper M.G., Lloyd A.G.P. The Microlayer in Nucleate Pool Boiling // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 1969. V. 12. P. 895.
- [13] Лабунцов Д.А., Ягов В.В. К вопросу о скорости роста паровых пузырей при кипении // Тр. МЭИ. 1975. Вып. 268. С. 3.
- [14] Olander R.R., Watts R.G. An Analytical Expression of Microlayer Thickness in Nucleate Boiling // Trans. ASME C. 1969. V. 91. № 1. P. 178.