

УДК 536.26:532.546:536.42

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА ПРИ ОБЛЕДЕНЕНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

А.А. Приходько, С.В. Алексеенко

Днепропетровский национальный университет, Украина

1. Введение. Образование льда на поверхностях самолета, входного направляющего аппарата компрессора и обечайки мотогондол авиационных двигателей во время полета в неблагоприятных метеоусловиях приводит к снижению эксплуатационных характеристик и уменьшению безопасности полетов. При обледенении элементов двигателя уменьшается площадь межлопаточных каналов, расход воздуха, падает тяга, растет удельный расход топлива. Неравномерность потока на входе в компрессор приводит к неустойчивому режиму его работы, изменению расчетных характеристик на входе в камеру сгорания. В результате роста толщины ледяной корки она может разрушаться от тряски и попадать в двигатель, вызывать повреждение лопаток компрессора и вывести двигатель из строя.

В настоящей работе анализируются основные подходы к расчету набегающего влажного потока. Исследование тепломассообмена при обледенении аэродинамических поверхностей выполнено с привлечением феноменологических моделей, базирующиеся на фундаментальных законах сохранения, реализация которых возможна с помощью численных методов на существующей вычислительной технике.

2. Постановка задачи. В механике многофазных сред выделяется четыре основные группы моделей. Это – чисто феноменологические модели, феноменологические модели с включением элементов статистики, статистические модели, содержащие элементы механики сплошной среды, чисто статистические модели, основанные на введении функций распределения как для частиц, так и для молекул газа и получении соответствующих кинетических уравнений [4;6]. При решении прикладных задач чаще всего используются феноменологические модели многофазных сред, описываемые уравнениями в частных производных, реализация которых возможна с помощью известных численных методов на существующей вычислительной технике.

Для расчета несущей среды применяются уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа. При описании движения капель использовались модель взаимопроникающих сред, инерционная и гомогенная модели. В модели взаимопроникающих сред набегающий поток принимается двухскоростным и двухтемпературным, состоящим из несущей фазы и капель одного диаметра. Столкновения между каплями пренебрегают, дискретная фаза считается лишенной собственного давления. Вязкие силы проявляются только в несущей фазе и при взаимодействии капель с газом. У инерционной модели траектории капель рассчитывались после получения поля скоростей несущей фазы. Обратного влияния траектории капель на несущую среду не оказывают. Гомогенная модель предполагает, что жидкая и газообразная фазы движутся с одинаковыми скоростями, учитывается обмен массой импульсом и энергией между фазами, возможно образование новых капель и их рост.

Течение набегающего потока с каплями рассчитывалось с помощью пакета прикладных программ решения уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа на структурированных и неструктурированных сетках.

Анализируются распределения газодинамических параметров несущей фазы, структура потока, траектории капель, распределения давления, коэффициента трения на поверхности, определены области выпадения капель.

Разработанные численные методики могут быть использованы для определения режимов, мест образования водяной пленки, толщины образующейся ледяной корки. Полученные результаты могут найти применение при обеспечении безопасности полетов и проектировании противообледенительных устройств летательных аппаратов.

В данной работе рассмотрена задача обтекания цилиндра влажным околосзвуковым потоком.

Модель взаимопроникающих сред. Большинство практических результатов по расчету многофазных течений получено с использованием модели взаимопроникающих континуумов, предложенной Х.А. Рахматулиным [2]. Модель базируется на понятии многоскоростной многотемпературной среды, в каждой точке которой имеется столько скоростей и температур, сколько фаз содержит рассматриваемая среда. Каждая фаза заполняет пространство непрерывно. Основные допущения модели следующие [2;3;4]. Среда является двухскоростной и двухтемпературной, состоящей из несущего газа и фракции несжимаемых сферических частиц одного диаметра. Теплоемкости газа и частиц постоянны. Размеры частиц во много раз больше молекулярно-кинетических и во много раз меньше расстояний, на которых осредненные макроскопические параметры течения меняются существенно. Столкновениями между частицами пренебрегают. Дискретная фаза представляет собой газ, лишенный собственного давления. Вязкие силы проявляются только в несущей фазе и при взаимодействии частиц с газом. Температура отдельной частицы постоянна по ее объему. Несущий газ предполагается химически не реагирующим с постоянным показателем адиабаты.

Уравнения, описывающие несущую и дисперсную фазы, связаны через источники члены, учитывающие межфазный обмен импульсом и энергией. Они отличаются от уравнений Навье-Стокса лишь наличием этих источников. Для определения слагаемых, описывающих межфазное взаимодействие, пользуются результатами исследования процессов, происходящих при обтекании частиц потоками газа.

Нестационарные уравнения двухфазного течения имеют вид [2;3;4]

$$\frac{\hat{\mathbf{q}}}{\hat{a}} + \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{T}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{S}}}{\partial \eta} \right), \quad (1)$$

где

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho_j \\ \rho_j u_j \\ \rho_j v_j \\ e_j \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ (e+p)U \\ \rho_j U_j \\ \rho_j U_j u_j \\ \rho_j U_j v_j \\ e_j U_j \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v + \eta_y p \\ (e+p)V \\ \rho_j V_j \\ \rho_j V_j u_j \\ \rho_j V_j v_j \\ e_j V_j \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ H_u \\ H_v \\ H_e \\ 0 \\ -H_u \\ -H_v \\ -H_e \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$e = \rho \left[\varepsilon + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right], \quad e_j = \gamma \rho_j \left[\omega T_j + (u_j^2 + v_j^2) \right]. \quad (3)$$

В уравнениях (2,3) переменные с индексом j описывают частицы; ω – отношение удельной теплоемкости капле к теплоемкости газа при постоянном давлении; U, V – контравариантные компоненты вектора скорости несущей фазы и капле.

Интенсивность межфазного обмена импульсом определяется выражением

$$H_u = \rho_j A_j (u - u_j), \quad H_v = \rho_j A_j (v - v_j), \quad H_e = \rho_j A_j B_j, \quad (4)$$

где A_j, B_j – коэффициенты, определяющие обмен импульсом и энергией между фазами,

$$A_j = \frac{9 \mu_g f_j L}{2 m_j r_j^2 V}, \quad B_j = 2\gamma [\bar{q}_j \Delta \bar{q}_j - g_c (T_j - T)], \quad (5)$$

$$\bar{q}_j \Delta \bar{q}_j = u_j (u - u_j) + v_j (v - v_j), \quad g_r = \sigma r_j T_i^3 / 3c_p \mu_g f_j. \quad (6)$$

Нормированный коэффициент трения f_j определяется формулой

$$f_j = \frac{C_D}{C_{D\text{Stokes}}}, \quad (7)$$

где C_D – коэффициент сопротивления частицы, а $C_{D\text{Stokes}} = \frac{24}{\text{Re}_j}$.

Число Рейнольдса Re_j , определенное по относительной скорости движения частиц

$$|\Delta q_j| = \sqrt{(u - u_j)^2 + (v - v_j)^2},$$

вычислялось по формуле

$$\text{Re}_j = \frac{2|\Delta q_j| r_j \rho}{\mu_g}. \quad (8)$$

В расчетах нормированный коэффициент трения f_j и число Нуссельта для частиц определялись соотношениями

$$f_j = \begin{cases} 1, & \text{Re}_j \leq 0,49, \\ 1,125 \text{Re}_j^{0,163}, & 0,49 \leq \text{Re}_j \leq 80, \\ 0,0125 \text{Re}_j^{1,217}, & 80 \leq \text{Re}_j \leq 1000, \\ \text{Re}_j / 12, & \text{Re}_j > 1000, \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{Nu} = 2 + 0,459 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}. \quad (10)$$

В соотношениях (1) – (6) L – характерный масштаб длины: r_j – радиус твердой частицы; μ_g – коэффициент динамической вязкости несущей среды; m_j – массовая плотность частиц; V – характерная скорость; ρ – безразмерная плотность несущей фазы.

Начальное распределение параметров частиц вычислялось с помощью коэффициентов λ_v и λ_T , определяющих механическую и тепловую инерционность частиц

$$\rho_j = \rho \phi / (1 - \phi), \quad u_j = u \lambda_v, \quad v_j = v \lambda_v, \quad T_j = T / \lambda_T, \quad (11)$$

где $\phi = W_j / W_m$ – массовая доля частиц в двухкомпонентной среде.

Инерционное осаждение капле. Анализ процессов обледенения элементов конструкций летательных аппаратов показывает, что решающую роль на многих режимах вносит инерционное осаждение капле. Из-за малой массовой и объемной концентрации

капель, их влияние на течение газа пренебрежимо мало. Задача аэродинамического обтекания профиля газом решается в переменных u, v, p, ρ – компоненты скорости, давление и плотность.

Численное моделирование осуществляется на основе решения уравнений Навье-Стокса совместно с уравнениями неразрывности и сохранения энергии в криволинейных координатах [10;11;12;13] (1), где

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{T}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2) \mu_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right) \xi_x (\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi) \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2) v_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right) \xi_y (\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi) \\ \frac{k}{\text{Pr}(\gamma-1)} (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial}{\partial \xi} (a^2) + \frac{\mu}{2} (\xi_x^2 + \xi_y^2) (u^2 + v^2)_\xi + \\ \frac{\mu}{6} [\xi_x^2 (u^2)_\xi + \xi_y^2 (v^2)_\xi + 2\xi_x \xi_y (uv)_\xi] \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e + P)U - \xi_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2) \mu_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right) \eta_x (\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta) \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2) v_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right) \eta_y (\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta) \\ \frac{k}{\text{Pr}(\gamma-1)} (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial}{\partial \eta} (a^2) + \frac{\mu}{2} (\eta_x^2 + \eta_y^2) (u^2 + v^2)_\eta + \\ \frac{\mu}{6} [\eta_x^2 (u^2)_\eta + \eta_y^2 (v^2)_\eta + 2\eta_x \eta_y (uv)_\eta] \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e + P)V - \eta_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

и введены преобразования координат общего вида

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(x, y, t), \\ \eta &= \eta(x, y, t), \\ \tau &= t. \end{aligned} \quad (13)$$

При найденных газодинамических параметрах стационарные поля скорости частиц находятся интегрированием двух скалярных уравнений, имеющих вид обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, выполняющихся вдоль траекторий частиц [4;14]:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{u_p}{V_p}, \quad \frac{dy}{d\tau} = \frac{v_p}{V_p}, \quad (14)$$

где V_p – модуль вектора скорости частиц, τ – расстояние вдоль траектории.

$$\frac{dV_p}{d\tau} = \frac{P_{st} C_D (\text{Re}) \rho |U| U}{V_p},$$

$$U = V - V_p,$$

$$|U| = \sqrt{(u - u_p)^2 + (v - v_p)^2},$$

$$P_{st} = \frac{3L^0 \rho^0_0}{8\rho^0_w r^0}, \quad (15)$$

$$C_D = 21.12 \text{Re}^{-1} + 6.3 \text{Re}^{-0.5} + 0.25,$$

$$\text{Re} = \rho |U| \text{Re}_p,$$

$$\text{Re}_p = \frac{2r^0 \rho^0_0 V^0_0}{\mu^0_0},$$

где U – безразмерная скорость движения частицы относительно воздуха, отнесенная к V^0_0 ; r – отнесенная к r^0_0 плотность воздуха; ρ^0_w, ρ^0_0 – размерная плотность вещества капли (переохлажденной воды); C_D – коэффициент сопротивления сферической частицы; Re – число Рейнольдса, определенное по диаметру частицы и её относительной скорости при $\mu = 1$, т. е. при постоянной вязкости, что далее предполагается; $P_{st} = \text{Re}_p / (24 St)$, St – число Стокса. Выражение для C_D справедливо в диапазоне изменения числа Рейнольдса относительно обтекания частицы газом: $0 < \text{Re} < 10^5$. При $\text{Re} > 10^5$ обтекание сферы становится полностью турбулентным с резким увеличением C_D .

Интегрирование уравнений (1) и (13) проводится по конечно-разностным уравнениям:

$$V_{p,i} = \frac{2\bar{R}}{2+\bar{R}} \bar{V} + \frac{2-\bar{R}}{2+\bar{R}} V_{p,i-1}, \quad (16)$$

$$\bar{R} = \frac{P_{st} C_D (\bar{\text{Re}}) \bar{\rho} |\bar{U}|}{\bar{V}_p} \Delta\tau, \quad (17)$$

$$x_i = x_{i-1} + \frac{u_p}{V_p} \Delta\tau, \quad y_i = y_{i-1} + \frac{v_p}{V_p} \Delta\tau, \quad (18)$$

где черта сверху означает среднеарифметические величины в точках i и $i-1$.

При расчете в набегающем потоке сначала строятся траектории частиц, которые с небольшим запасом «охватывают» обтекаемый профиль. Затем между ними с равномерным разбиением по y рассчитываются промежуточные траектории. В начальных точках траекторий скорости каплей принимаются равными скорости воздуха.

Концентрация частиц C_p у поверхности непосредственно перед выпадением на неё определяется условием сохранения потока массы частиц в сечении, ограниченными приходящими из бесконечности траекториями частиц, которые пометим индексами $j-1$ и j . Пусть x_j и y_j и y_{j0} – координаты точек траектории на теле и при $x = x_0$. Тогда, поскольку скорости частиц отнесены к V_0 , то

$$\frac{C_{p0}^0}{C_{p0}^0} = \frac{2(y_j + y_{j-1})_0(y_j - y_{j-1})_0}{(y_j + y_{j-1})[(u_{p,j} + u_{p,j-1})(y_j - y_{j-1}) - (v_{p,j} + v_{p,j-1})(x_j - x_{j-1})]}. \quad (19)$$

Коэффициент захвата каплей профилем крыла $C_s = A_0/A_\infty$. Здесь A_0 – площадь поперечного сечения в набегающем потоке, ограниченной верхней и нижней траекториями, а A_∞ – максимальная площадь проекции крыла на плоскость YOZ . Коэффициент C_s указывает долю каплей, выпадающих на крыло, от их максимально возможной величины.

Гомогенная модель. Нестационарное течение пара воды и водяных капелек с учетом неравновесного процесса протекания конденсации будем описывать уравнениями газовой динамики с учетом обмена массой, импульсом и энергией между фазами [4;5;6;7;8;9]. Уравнения для пара воды в декартовых координатах могут быть записаны в виде (1), где

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho_g \\ \rho_g u \\ \rho_g v \\ e_g \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho_g u \\ \rho_g u^2 + p \\ \rho_g uv \\ (e_g + p)u \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho_g v \\ \rho_g uv \\ \rho_g v^2 + p \\ (e_g + p)v \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \beta_x \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \beta_y \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{H}} = -\frac{1}{J} \begin{bmatrix} -\rho \dot{m} \\ -\rho u \dot{m} \\ -\rho v \dot{m} \\ \rho \dot{m} (h_{fg} - h_t) \end{bmatrix},$$

здесь ρ_g – плотность пара; u и v – компоненты скорости в x и y направлениях соответственно; p – давление; e – полная энергия; нижний индекс g обозначает пар. Источниковый член \mathbf{N}_g включает обмен массой, импульсом и энергией между фазами. В источниковом члене \dot{m} – конденсированная масса в единицу времени, ρ – плотность влажного пара; h_{fg} – скрытая теплота фазового перехода и $\rho \dot{m} (h_{fg} - h_t)$ – количество тепла переданного в процессе конденсации, $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yy}$ – компоненты тензора напряжений, β_x, β_y – компоненты вектора теплового потока.

Процесс гомогенной конденсации условно разбивается на два: образование центров конденсации (ядер критического размера) и рост этих ядер конденсации. Конденсированная масса в единицу времени определяется соотношением

$$\dot{m} = (1-Y)J\rho_l \frac{4\pi r_c^3}{3} + 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \rho_l N; \quad (21)$$

здесь J – скорость нуклеации; $\frac{dr}{dt}$ – скорость роста капли; ρ_l – плотность воды; r_c – критический радиус; N – число водяных капелек, содержащихся в единице массы влажного пара с радиусом r . Соотношение (21) получено из условия равенства конденсированной массы массе капелек от конденсации с критическим радиусом и массе за счет роста капелек на поверхностях существующих капелек.

В уравнениях (20) предполагается, что жидкая и газообразная фазы движутся с одинаковыми скоростями. Это предположение оправдано тем, что размеры капелек воды весьма маленькие. Известные оценки [4;5;6;7;8;9] показывают, что скорость капелек воды будет отличаться от скорости пара не более чем на 1 %.

Жидкая фаза может рассматриваться как континуум, состоящий из большого количества капелек воды, содержащихся во влажных паровых потоках. В связи с отсутствием отставания между паровыми и водяными капельками уравнения импульса для этих капелек не нужны. Для описания жидкой фазы используются два дополнительных уравнения сохранения. Первое уравнение описывает распределение числа капелек воды, а второе – распределение влажности. В декартовых координатах эти два уравнения могут быть записаны:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_l}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_l}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_l}{\partial y} = \mathbf{H}_l, \quad (22)$$

где

$$\mathbf{q}_l = \begin{bmatrix} \rho N \\ \rho Y \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E}_l = \begin{bmatrix} \rho u N \\ \rho u Y \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_l = \begin{bmatrix} \rho v N \\ \rho v Y \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} \rho_g J \\ \rho \dot{m} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Y – влажность. Согласно определению влажности Y может быть получено соотношение

$$r^3 = \frac{3Y}{4\pi\rho_l N}. \quad (24)$$

Это соотношение может использоваться для вычисления радиуса водяной капельки после того, как параметры N и Y определены на каждом шаге по времени.

Радиус зародыша капли вычисляется с помощью соотношения [4;5;6;7;8;9]

$$r_c = \frac{2\sigma T_s}{\rho_l h_{fg} \Delta T}. \quad (25)$$

Скорость нуклеации J и скорость роста капельки $\frac{dr}{dt}$ определяются из классической теории нуклеации [7]. Соотношения для этих скоростей имеют следующий вид [4;5;6;7;8;9]

$$J = \frac{1}{1+\phi} q_c \sqrt{\frac{2\sigma}{\pi m_m^3} \frac{\rho_g}{\rho_l}} \exp\left(-\frac{4\pi r_c^2}{3kT_g}\right),$$

$$\phi = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} \frac{h_{fg}}{R_g T_g} \left(\frac{h_{fg}}{R_g T_g} - \frac{1}{2} \right),$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda_g \Delta T}{\rho_l r h_{fg} \left(\frac{1}{1+4K_n} + 3,78(1-\nu) \frac{K_n}{P_{rg}} \right)}, \quad (26)$$

$$\nu = \frac{R_g T_s}{h_{fg}} \left[\alpha - \frac{1}{2} - \frac{2-q_c}{2q_c} \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma} \right) c_p \frac{T_s}{h_{fg}} \right].$$

$$\Delta T = T_s - T_g.$$

Для нахождения температуры насыщения водяного пара по известному давлению использовано уравнение [15].

Исходные уравнения записаны в безразмерном виде. В качестве масштабов использованы параметры набегающего потока.

Рассмотренные выше математические модели были реализованы в рамках пакета программ.

Граничные условия. На входной границе все зависимые переменные заданы, а на выходной – определяются с помощью экстраполяции. При определении параметров, которые должны быть заданы на границе или вычислены с помощью экстраполяции применяется теория характеристик для одномерных нестационарных течений. Для вычисления нормальной составляющей скорости на границе используются одномерные уравнения Эйлера в характеристической форме, согласно которым инварианты Римана [10;11]

$$\begin{aligned} R_\infty &= q_\infty n - 2 \frac{a_\infty}{\gamma - 1} = q_b n - 2 \frac{a_b}{\gamma - 1}, \\ R_e &= q_e n + 2 \frac{a_e}{\gamma - 1} = q_b n + 2 \frac{a_b}{\gamma - 1}. \end{aligned} \quad (27)$$

на «входящей» (R_∞) и «выходящей» (R_e) характеристиках можно вычислить по значениям параметров невозмущенного потока и с помощью экстраполяции по их внутренним значениям соответственно. Индексом b отмечены значения параметров на границе, индексом ∞ – значения в невозмущенном потоке, а индексом e – значения, получаемые экстраполяцией.

Нормальная составляющая скорости и скорость звука на внешней границе вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} q_b n &= \frac{1}{2} (R_e + R_\infty), \\ a_b &= \frac{1}{4} (\gamma - 1) (R_e - R_\infty). \end{aligned} \quad (28)$$

В качестве двух недостающих граничных условий использовались условия фиксации тангенциальной составляющей скорости и энтропии, значения которых полагались равными значениям параметров невозмущенного потока в случае входной границы и вычислялись с помощью экстраполяции по значениям параметров внутри рассматриваемой области в случае выходной границы.

Расчет пленки. Целью исследования является определение потока выпадающей влаги на поверхность обтекаемого тела, изучение процессов тепломассообмена в образующейся пленке, а также определение типов и формы ледяных наростов. Далее за основу была принята двухфазная модель, в которой поток определялся с помощью соотношения:

$$q = \rho_j \int_a^b V_n dS, \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} V_n &= \bar{V}_p \cdot \bar{n} = u_p \cdot n_x + v_p \cdot n_y, \\ n_x &= \frac{\eta_x}{\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}}, \quad n_y = \frac{\eta_y}{\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}}, \end{aligned}$$

$$dS = \sqrt{x_\eta^2 + y_\eta^2} d\eta = \sqrt{\left(-\frac{\xi_y}{J}\right)^2 + \left(\frac{\xi_x}{J}\right)^2} d\eta = \frac{1}{J} \sqrt{\xi_y^2 + \xi_x^2} d\eta.$$

Тогда для расчетной точки можно записать:

$$q = \left(\rho \cdot (u_p \cdot n_x + v_p \cdot n_y) \cdot \frac{1}{J} \sqrt{\xi_y^2 + \xi_x^2} \right) \Delta\eta. \quad (30)$$

Для контрольного объема, соответствующего расчетной точке на поверхности обтекаемого тела можно записать уравнение теплового баланса:

$$n(q_i + q_r)h_{fs} = \left(1 + \frac{q_e}{q_c}\right) h_c (T_s - T_\infty) + q_i c_w (T_s - T_\infty), \quad (31)$$

где n - доля замерзшей воды, находящейся в контрольном объеме; q_i - поток выпадающей влаги;

q_r - поток влаги, втекающей из соседнего контрольного объема; h_{fs} - скрытая теплота фазового перехода; h_c - коэффициент конвективного теплообмена; c_w - теплоемкость воды; T_s и T_∞ - температура обтекаемой поверхности и окружающего воздуха; $1 + \frac{q_e}{q_c}$ -

коэффициент, обуславливающий испарение.

Определив из соотношения (31) долю замерзшей воды для каждого контрольного объема, находим скорость движения точки границы обтекаемого тела и затем элементарное перемещение на каждом шаге по времени.

4. Численный алгоритм. Интегрирование систем уравнений (1) по времени осуществлялось на основе схемы Мак-Кормака методом расщепления [16]. Разделение системы на две системы одномерных уравнений по пространственным координатам позволяет увеличить шаг по времени при расчете, так как требования устойчивости в этом случае становятся менее жесткими.

5. Результаты. В данной работе исследовано обтекание цилиндра двухфазным потоком (рис. 1-6), найден поток выпадающей влаги (рис. 3), определены режимы обледенения и образующиеся при этом характерные формы наростов с учетом их обратного влияния на структуру течения.

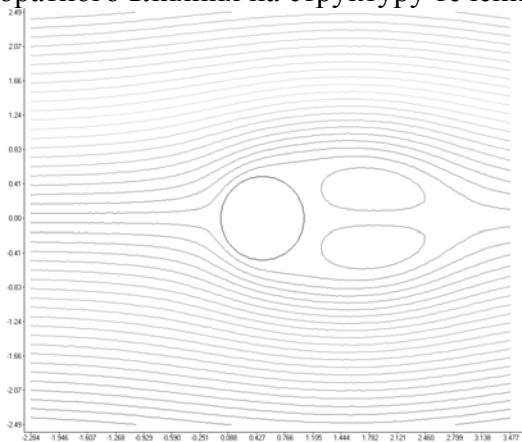


Рис.1. Линии тока для несущей фазы

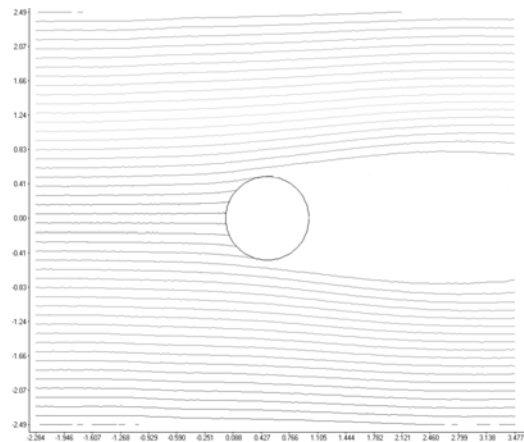


Рис.2. Линии тока для жидкой фазы

q

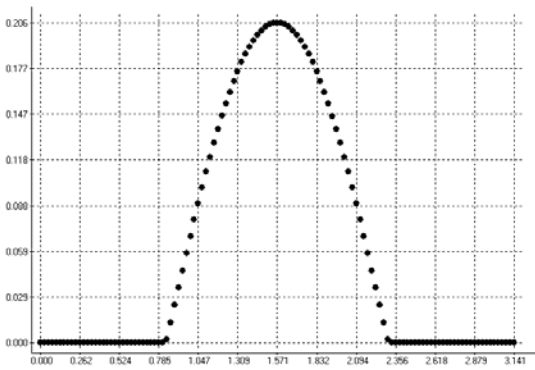


Рис.3. Распределение потока выпадающей влаги на поверхность цилиндра

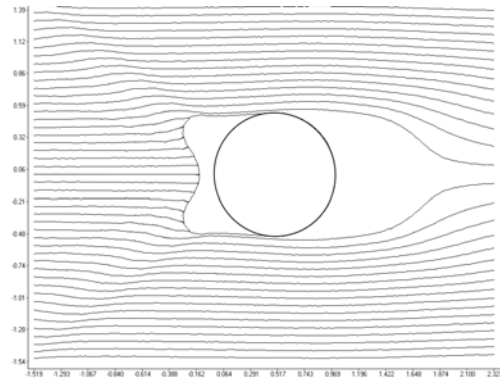


Рис.4. Смешанный лед.
 Линии тока для жидкой фазы

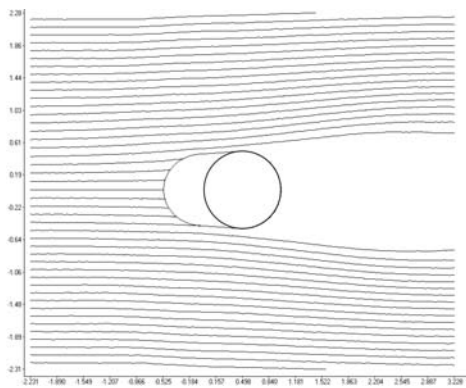
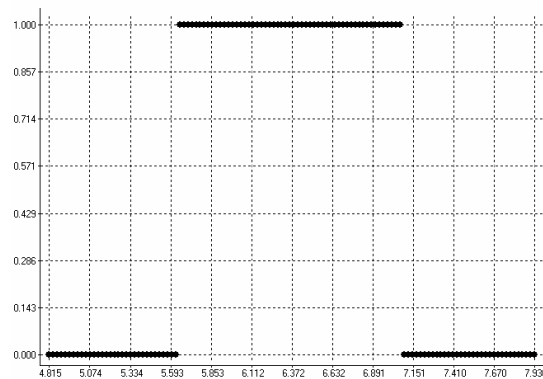


Рис.5. Рыхлый лед

n



S

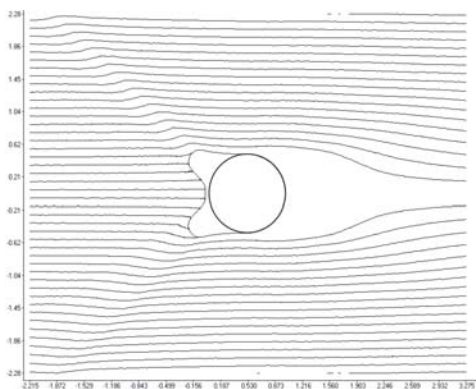
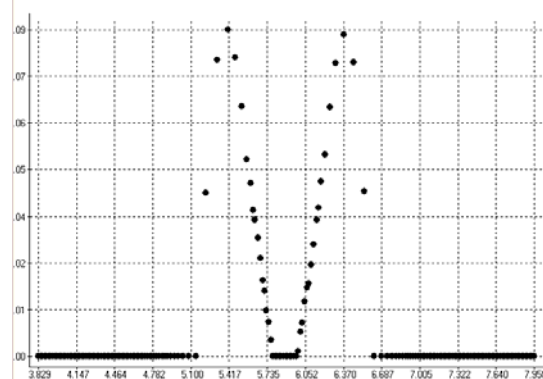


Рис.6. Стекловидный лед

n



S

Лед, появляющийся в полете в условиях обледенения, можно условно разделить на *рыхлый*, *гладкий (стекловидный)* и *смешанный*.

Возникновение *гладкого льда* (рис.6) наиболее вероятно при температурах, близких к $0^{\circ} C$, когда капельки замерзают при попадании на холодную поверхность. Это возможно, когда жидкие водяные капельки существуют в атмосфере при температурах, значительно ниже температуры замерзания воды. Такие капли называются *переохлажденными* (могут существовать при температурах до $-40^{\circ} C$). Они нестабильны и замерзают при контакте с поверхностью, имеющей отрицательную температуру (например, поверхность самолета, лопасть пропеллера и т.д.). Замерзание отдельной капли происходит постепенно из-за высвобождения скрытой теплоты фазового перехода, что позволяет части капелек растекаться по обтекаемой поверхности. Чем медленнее происходит процесс замерзания, тем поток воды больше. Результатом такого растекания являются слои твердого стекловидного льда большой плотности. Поверхность такого льда гладкая, обычно с волнистостями и выступами, характеризующаяся наличием водяной пленки по поверхности обледенения. В расчетах доля замерзшей воды, находящейся в контрольном объеме $0 < n < 1$. При этом температура несущей и дисперсной фаз в точке торможения потока выше и доля замерзшей воды в этой области незначительна. Затем вода перетекает по поверхности цилиндра в области, где доля замерзшей воды n больше и соответственно происходит рост ледяной корки. Оставшаяся незамерзшая вода стекает в область, где уже нет притока влаги из набегающего потока (рис.3), и фазовый переход осуществляется только за счет испарения. Таким образом, происходит рост ледяных выступов, иногда заостренных, под углом к вектору скорости набегающего потока, значительно изменяющих аэродинамическую форму профиля и оказывающих существенное влияние на лобовое сопротивление и подъемную силу. Если большие куски такого льда будут отламываться, они могут повредить корпус самолета или детали двигателя. Образование чистого гладкого льда на практике встречается в низких слоях в дождевых облаках.

Рыхлый лед образовывается, когда относительно небольшие, переохлажденные водяные капли попадают на обтекаемую поверхность и замерзают. Поскольку капли маленькие, количество воды, остающееся после начала процесса замерзания недостаточное для формирования жидкой пленки. Результатом такого процесса является смесь ледяных частиц образующих пористую непрозрачную структуру, являющуюся довольно ломкой. Рыхлый лед обычно образовывается на передних кромках и может изменять аэродинамические характеристики крыла или воздушного потока в воздухозаборнике двигателя. В этом случае в расчетах доля замерзшей воды $n=1$, и вся влага, выпадающая на обтекаемую поверхность тут же замерзает. Изменение геометрии (рис.5) не столь значительно, как в случае гладкого льда и структура потока изменяется также незначительно. Благодаря низкой плотности и медленной скорости образования, рыхлый лед обычно не приводит к существенному увеличению веса летательного аппарата.

Температурный диапазон формирования рыхлого льда находится между $0^{\circ} C$ и $-40^{\circ} C$, но наиболее часто такой лед появляется при температурах от $-10^{\circ} C$ до $-20^{\circ} C$. Чистый рыхлый лед встречается в высококучевых облаках.

Смесь капелек воды различных размеров обычно встречается в облаках, что приводит к смеси гладкого стекловидного льда (образованного большими каплями) и рыхлого (образованного маленькими каплями). Такой лед называется *смешанным* или *облачным льдом*. Форма ледяных образований приведена на рис.4. В большинстве случаев ледяные образования имеют именно такую структуру.

6. Выводы.

1. Рассмотрены математические модели расчета обтекания влажным дозвуковым сжимаемым вязким потоком цилиндра.
2. На основе модели взаимопроникающих сред и уравнения теплового баланса разработана методика, позволяющая исследовать процессы обледенения в парогазовом потоке с учетом обратного влияния изменения геометрии обтекаемого тела на структуру потока.
3. Получены основные разновидности формы ледяных образований на примере цилиндра, проведена оценка степени их влияния на структуру потока и аэродинамические характеристики обтекаемого профиля.

Ссылки

- [1] Крайко А.Н., Нигматулин Р.И., Старков В.К., Стернин Л.Е. Механика многофазных сред. Итоги науки и техники. Гидромеханика. М., ВИНТИ, 1972, Т.6, с.93–174.
- [2] Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // Прикл. мат. и механика. 1956. Вып. 20, № 3, с. 184–195.
- [3] Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1983. Т. 1. – 528 с.; Т. 2. – 560 с.
- [4] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1, 2. 464 с.
- [5] Дейч М.Е. Техническая газодинамика. М.: Энергия, 1974. 592 с.
- [6] Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергия, 1968. 424 с.
- [7] Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. 592 с.
- [8] Dykas S. Numerical calculation of the stream condensing flow // CFD for Turbomachinery Applications 2001. Gdansk, 2001, K10. 11 p.
- [9] Liang L., Guojun L., Zhenping F. Numerical simulation of spontaneously condensing flows in a plane turbine cascade // CFD Turbo for Turbomachinery Applications 2001. Gdansk, 2001. C21. 7 p.
- [10] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.6. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [11] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978, 736 с.
- [12] Мак-Кормак Р.В. Численный метод решения уравнений вязких сжимаемых течений. // Аэрокосмическая техника. 1983. Т. 1, №4, с. 114–123.
- [13] Стегер Д.Л. Неявный конечно-разностный метод расчета двумерного обтекания тел с произвольной геометрией. // Ракетная техника и космонавтика. 1978. Т. 16, №7, с. 51–60.
- [14] Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991.
- [15] Ривкин С.Л., Кременевская Е.А. Уравнение состояния воды и водяного пара для машинных расчетов процессов и оборудования электростанций // Теплоэнергетика. 1977. № 3, с. 69–73.
- [16] Алексеенко С.В., Приходько А.А. Численное моделирование трансзвукового и сверхзвукового обтекания цилиндра и профиля. // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Механіка. 2002. Вип.5, Т.1, с.22–28.